

## מתמטיקה

### שאלון ה'

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה –  $33\frac{1}{3} \times 1$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות
- פרק שני – הנדסת המישור והסתברות –  $33\frac{1}{3} \times 2$  –  $66\frac{2}{3}$  נקודות
- סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברנו את שלבי הפתרון, גם כאשר הישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**בהצלחה!**

## ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

### פרק ראשון – אלגברה (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

#### אלגברה

1. נתונות הפונקציות:  $f(x) = -x^2 + 2mx - (2m^2 + 1)$

$$g(x) = (m^2 - 4)x^2 - 2(m - 2)x - 3$$

א. הראה כי לכל ערך של  $m$ , גרף הפונקציה  $f(x)$  נמצא כולו מתחת לציר ה- $x$ .

ב. נתונה הפונקציה  $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ .

מצא עבור אילו ערכים של  $m$ , גרף הפונקציה  $h(x)$  נמצא כולו מעל ציר ה- $x$ .

2. הסדרה  $a_n$  מוגדרת לכל  $n$  טבעי על ידי כלל הנסיגה

$$\begin{cases} a_1 = k \\ a_{n+1} = (n+1)(a_n + 1) \end{cases}$$

$k$  הוא מספר ממשי.

א. הבע באמצעות  $k$  את האיברים  $a_2$  ו- $a_3$  של הסדרה  $a_n$ .

הסדרה  $b_n$ , המוגדרת לכל  $n$  טבעי על ידי  $b_n = \frac{a_n + 1}{a_n + 1}$ , היא סדרה חשבונית.

ב. (1) מצא את  $b_1$ .

(2) מצא את הפרש הסדרה  $b_n$ .

ג. נתון כי סכום שלושת האיברים הראשונים של הסדרה  $a_n$  קטן ב-39

מסכום 11 האיברים הראשונים של הסדרה  $b_n$ . חשב את  $k$ .

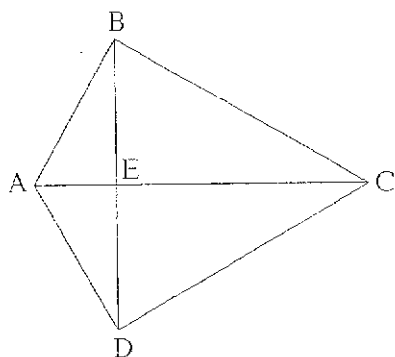
**פרק שני – הנדסת המישור והסתברות** (66  $\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-6, מהן מותר לענות לכל היותר על אחת מהשאלות 5-6.  
(לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות)

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

הנדסת המישור

3. ABCD הוא דלתון, שהאלכסון הראשי בו הוא AC.



E – נקודת המפגש של האלכסונים

(ראה ציור).

נתון:  $CD = BD$

$AD = 2AE$

א. הוכח כי אפשר לחסום את

הדלתון במעגל.

ב. F היא נקודה על המעגל החוסם

את הדלתון, כך ש- DF הוא קוטר במעגל

וחותך את הקטע EC.

הוכח כי  $\triangle CFD \sim \triangle EAB$ .

4. ABC הוא משולש שווה-שוקיים ( $AB = AC$ )

שבו AD הוא גובה לבסיס.

מנקודה B מעלים אנך ל- EC.

מסמנים על אנך זה את הנקודה E,

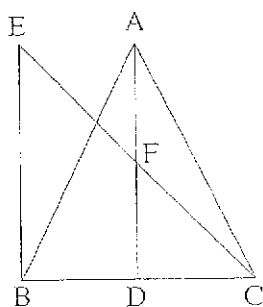
כך שהקטעים EC ו- AD נחתכים בנקודה F,

הנמצאת בתוך המשולש ABC (ראה ציור).

א. הוכח כי  $EF = FC$ .

ב. נתון כי  $ED = AC$ .

הוכח כי המרובע ACDE הוא מקבילית.



שים לב! מותר לענות לכל היותר על אחת מהשאלות 5-6.

נוסחאות בהסתברות מותנית נמצאות בעמוד 5.

### הסתברות

5. קבוצת כדורגל מסוימת מנצחת ב- 80% מהמשחקים, ומפסידה ב- 20% מהמשחקים. ההסתברות שקבוצת הכדורגל הזו תוביל בסוף המחצית הראשונה של משחק היא 0.7, וההסתברות שהקבוצה תוביל בסוף המחצית הראשונה ותפסיד במשחק היא 0.05.
- א. הראה כי ההסתברות לא להוביל בסוף המחצית הראשונה ולנצח במשחק שווה להסתברות לא להוביל בסוף המחצית הראשונה ולהפסיד במשחק.
- ב. מהי ההסתברות שהקבוצה הובילה בסוף המחצית הראשונה, אם ידוע כי היא הפסידה במשחק?
- ג. בוחרים באקראי 5 משחקים שהקבוצה הפסידה בהם. מהי ההסתברות שלכל היותר בשניים מהם הקבוצה הובילה בסוף המחצית הראשונה?

### חשיבה הסתברותית בחיי היומיום

6. חברת הובלות ארזה שעונים המיוצרים בשני מפעלים, א' ו- ב', והובילה אותם לחנות מתנות.
- 45% מהשעונים האלה היו מתוצרת מפעל א'.
- בחנות בדיקו את השעונים ומצאו שחלק מהם נשברו.
- 72% מהשעונים מתוצרת מפעל ב' עמדו בהובלה (כלומר לא נשברו).
- 20% מהשעונים שלא עמדו בהובלה (כלומר נשברו) היו מתוצרת מפעל א'.
- א. מבין השעונים מתוצרת מפעל א', מהי פרופורציית השעונים שעמדו בהובלה?
- ב. מבין השעונים שעמדו בהובלה, מהי פרופורציית השעונים מתוצרת מפעל ב'?
- ג. האם יש קשר סטטיסטי בין המפעל שבו יוצר השעון ובין הסיכוי לעמוד בהצלחה בהובלה?
- ד. מנתונים נוספים התברר שלמפעל המייצר את השעון אין השפעה על עמידותו בהובלה.
- הצע סיבה אפשרית אחרת לאי-עמידות השעון בהובלה.

נוסחאות בהסתברות מותנית

$P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$  פרופורציה מותנית והסתברות מותנית:

$P(A / B) = \frac{P(B / A) \cdot P(A)}{P(B)}$  נוסחת בייס:

$P(A / B) \neq P(A / \bar{B})$  יש קשר סטטיסטי:

$P(A / B) \neq P(A)$

**בהצלחה!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך