מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תש״ע, 2010
מספר השאלון: 035007, 307
נספח: דפי נוסחאות ל־4 ול־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ז׳

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים — $33\frac{1}{3}\times2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — מספרים מרוכבים, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה״כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-1 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה היפרבולה שמשוואתה $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{7} = 1$.

נקודות A ו־ B הן נקודות החיתוך של ההיפרבולה עם ציר ה־ x .

נקודה C נמצאת על ההיפרבולה, אך לא על ציר ה־ x .

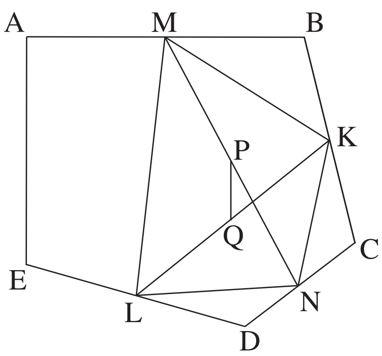
דרך נקודה A מעבירים אנך לישר AC , ודרך נקודה B מעבירים אנך לישר BC .

נקודה P היא נקודת המפגש של אנכים אלה.

א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות P שהן מפגשי האנכים הנוצרים באופן שתואר.

ב. הראה כי המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף א הוא היפרבולה.

/המשך בעמוד 3/



2. נתון מרובע MKNL .

P אמצע האלכסון NM , ו־ Q אמצע האלכסון KL

(ראה ציור).

א. הבע את $\overrightarrow{QP}$ בשני אופנים שונים,

והוכח כי: $\overrightarrow{QP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{KM} + \overrightarrow{LN})$.

ב. חסמו את המרובע MKNL

במחומש ABCDE כך שקדקודי המרובע M , K , N , L

הם אמצעי הצלעות AB , BC , CD , ED בהתאמה (ראה ציור).

הוכח: $\overrightarrow{QP} \parallel \overrightarrow{EA}$, $\left|\overrightarrow{QP}\right| = \frac{1}{4}\left|\overrightarrow{EA}\right|$.

ג. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{EA} = \underline{v}$.

נתון: $\overrightarrow{AG} = t\underline{u}$ $t > 0$, $\overrightarrow{QP} \perp \overrightarrow{AB}$, $|\underline{u}| = 5$, $|\underline{v}| = 4$.

מצא את הערך של t שעבורו הזווית בין הווקטור $\overrightarrow{EG}$ ובין הווקטור $\overrightarrow{QP}$

היא 60^o .

בתשובתך דייק עד שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

3. נתונים שני ישרים ℓ ו־ ℓ' :

$$\ell: \quad (0,0,2) + t(1,1,0)$$
$$\ell': \quad (0,0,-2) + s(1,-1,0)$$

א. מהו המצב ההדדי בין שני הישרים? נמק.

ב. נתון כי ישר d מאונך לישר ℓ ולישר ℓ' .

מצא את משוואת המישור המכיל את הישר ℓ ומקביל לישר d .

ג. נתון אוסף נקודות $(x,1,z)$ היוצרות מישור.

הישר ℓ חותך בנקודה A את המישור הנוצר על ידי נקודות אלה,

והישר ℓ' חותך מישור זה בנקודה B .

מצא את הזווית בין הישר ℓ לישר AB .

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – מספרים מרוכבים,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 5-4.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. המספרים המרוכבים z_1 , z_2 , z_3 הם קדקודים של משולש שווה־צלעות, הנמצאים על מעגל שמרכזו בראשית הצירים.

א. הוכח כי $z_1 + z_2 + z_3 = 0$.

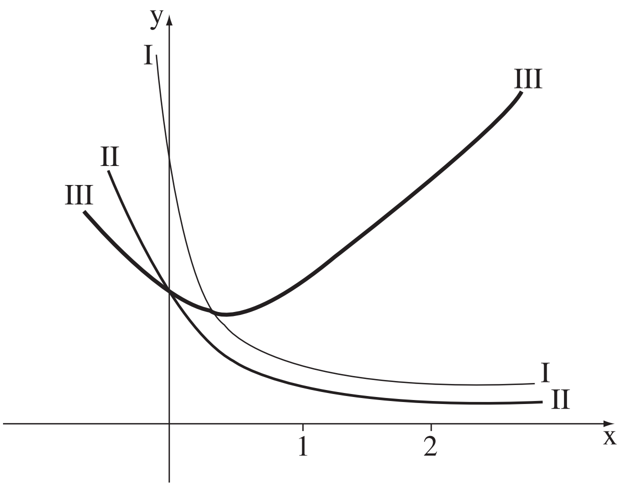
ב. z_1 ו־ z_2 נמצאים על המקום הגאומטרי $|\bar{z} - z| = 6$, z הוא מספר מרוכב.

נתון כי $\arg z_1 = 60^o$.

מצא את z_1 , z_2 , z_3 .

/המשך בעמוד 5/

5. הסקיצות I , II , III שבציור



הן הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = \ell n(1+\frac{2}{e^{2x}})$$

$$g(x) = 2e^{-2x}$$

$$h(x) = \ell n(e^x+\frac{2}{e^x})$$

נקודות החיתוך בין הגרפים של הפונקציות, ונקודות החיתוך של הגרפים עם הצירים הן כמתואר בציור.

א. (1) עבור כל אחת מהפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו־ $h(x)$, מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה־ y .

(2) דרך נקודת החיתוך של הגרפים II ו־ III עם ציר ה־ y העבירו ישר המקביל לציר ה־ x .

מצא נקודת חיתוך נוספת של הישר עם גרף III .

דייק במידת הצורך עד שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית או השאר ℓn בתשובתך.

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $h(x)$, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הישרים $x=1$ ו־ $x=2$.

ג. על פי הציור קבע איזה אינטגרל מבין האינטגרלים $\int_1^2 g(x)d(x)$, $\int_1^2 f(x)d(x)$, הוא הקטן ביותר. נמק.

ד. הראה כי השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=1$ ו־ $x=2$, קטן מ־ $\frac{e^2-1}{e^4}$.

בהצלחה!