

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תש"ע, 2010
מספר השאלון: 306, 035006
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ו'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה – $33\frac{1}{3} \times 1$ – 33 $\frac{1}{3}$ נקודות
- פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה – $33\frac{1}{3} \times 2$ – 66 $\frac{2}{3}$ נקודות
- סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

בהצלחה!

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

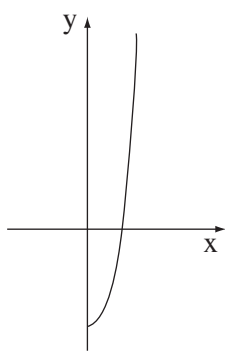
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1. רוכב אופניים אחד יצא ממקום A אל מקום B, ובאותה שעה בדיוק יצא רוכב אופניים אחר ממקום B אל מקום A. (המהירויות של רוכבי האופניים אינן משתנות).
כעבור 4 שעות נפגשו רוכבי האופניים.
הזמן, שנדרש לרוכב האופניים שיצא מ-A לעבור את הדרך שבין A ל-B, גדול ב-108 דקות מהזמן שנדרש לרוכב האופניים שיצא מ-B לעבור דרך זו.
א. מצא את היחס בין המהירות של רוכב האופניים שיצא מ-B לבין המהירות של רוכב האופניים שיצא מ-A.
ב. מצא בכמה שעות עבר כל אחד מרוכבי האופניים את הדרך שבין A ל-B.
2. א. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת שהביטוי $n^3 - 25n$ מתחלק ב-24 בלי שארית לכל n טבעי אי-זוגי.
ב. נתון כי הביטוי $a + b + c + d$ מתחלק ב-24 בלי שארית. a, b, c, d הם מספרים טבעיים אי-זוגיים.
הוכח כי גם הביטוי $a^3 + b^3 + c^3 + d^3$ מתחלק ב-24 בלי שארית.

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



3. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 8}{x + 2}$, $x \neq -2$.

א. בציור מוצגת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ עבור $x \geq 0$.

מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה שבה $x = 1$.

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$,

על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y עבור $x \geq 0$.

ב. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה)

עבור כל תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור כל תחום ההגדרה שלה.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 2 - \cos x - \sin^2 x$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.
 עבור התחום הנתון ענה על הסעיפים א-ד.

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

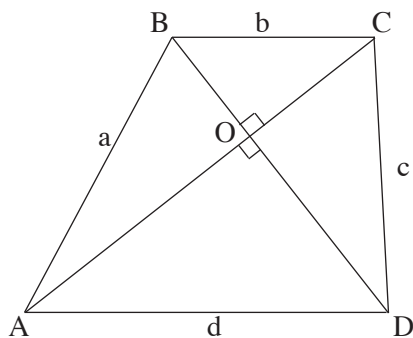
(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

($f(x)$ גזירה גם בקצות התחום הנתון.)

(3) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

ועל ידי ציר ה- x בתחום $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.

ד. נתון כי גרף הפונקציה $g(x) = a - \cos x - \sin^2 x$ משיק לציר ה- x בתחום הנתון בנקודה אחת בלבד.
 מהו הערך של a ? נמק.



5. בטרפז $ABCD$ ($AD \parallel BC$)

נתון: $BC = b$, $AB = a$, $AC \perp BD$,

$AD = d$, $CD = c$ ($d > b$).

אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה O (ראה ציור).

א. הוכח כי $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$.

ב. דרך קדקוד B מעבירים ישר המקביל לשוק CD .

הישר חותך את הבסיס AD בנקודה M .

נתון: $\angle ABM = \alpha$. הוכח כי $\cos \alpha = \frac{bd}{ac}$.

ג. הבע באמצעות α , b ו- d :

(1) את שטח המשולש ABM .

(2) את שטח הטרפז $ABCD$.

בהצלחה!