

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש וחצי שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- | | | | | | | |
|-----------|---|----------------------------|---|---------------------------|---|-------------------------|
| פרק ראשון | – | אלגברה והסתברות | – | $16 \frac{2}{3} \times 2$ | – | $33 \frac{1}{3}$ נקודות |
| פרק שני | – | גאומטריה וטריגונומטריה | | | | |
| | | במישור | | | | |
| פרק שלישי | – | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי | – | $16 \frac{2}{3} \times 2$ | – | $33 \frac{1}{3}$ נקודות |
| | | סה"כ | | | | 100 נקודות |
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 - (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 - (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. רוכב אופניים יצא בשעה 08:00 מעיר A, ורוכב אופניים שני יצא בשעה 09:00 מעיר A.

כל אחד מהרוכבים רכב במהירות קבועה לעיר B. המרחק בין A ל-B הוא 45 ק"מ.
כאשר הרוכב הראשון הגיע לעיר B, הרוכב השני עדיין לא הגיע לעיר B והיה במרחק של 25 ק"מ ממנה.

מהירות הרוכב הראשון גדולה ב- m קמ"ש ממהירות הרוכב השני, וידוע כי $0 < m < 5$.

א. הבע באמצעות m את שני הפתרונות האפשריים למהירות הרוכב השני.

ב. נסמן את שני הפתרונות שהבעת בסעיף א ב- x_1 וב- x_2 .

מצא עבור אילו ערכי m מתקיים $|x_1 - x_2| < 11$.

2. א. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי השוויון

$$1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + \dots - (2n-1)^2 = -2n^2$$

נכון לכל n טבעי זוגי.

ב. נתון כי $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + \dots + c^2 = 1921$

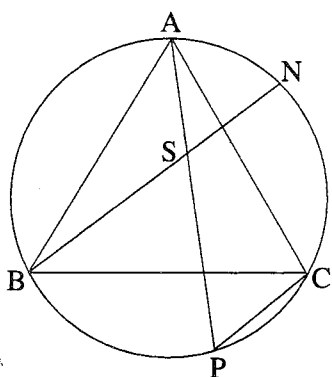
מצא את c.

3. ידוע כי בכפר מסוים 20% מהתושבים חולים במחלת מעיים. רופא הכפר בדק את כל התושבים. 90% מהחולים בכפר אובחנו על ידו כחולים, ו-10% מהבריאים בכפר אובחנו על ידו כחולים. א. מהו אחוז התושבים בכפר שלגביהם הרופא ביצע אבחנה שגויה? הרופא נתן תרופה לכל מי שאובחן על ידו כחולה. התרופה גרמה לפריחה אצל 60% מהחולים שאובחנו כחולים, ואצל 25% מהבריאים שאובחנו כחולים. ב. מהי ההסתברות שתושב בכפר הוא חולה, אם ידוע שיש לו פריחה?

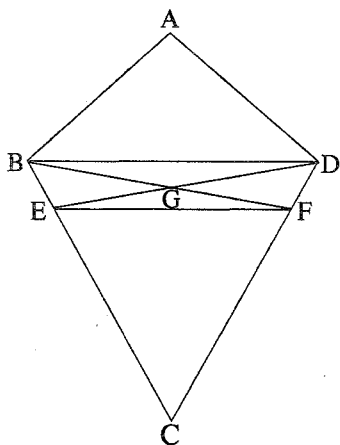
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. ABC הוא משולש שווה-צלעות החסום במעגל. N ו-P הן נקודות על המעגל. AP ו-BN נפגשים בנקודה S (ראה ציור). נתון: $PC \parallel BN$. הוכח כי:
- המשולש BSP הוא שווה-צלעות.
 - המרובע SPCN הוא מקבילית.
 - $AN = PC$.



5. ABCD הוא דלתון שבו $AB = AD$ ו- $BC = DC$.

E נקודה על הצלע BC, ו- F נקודה על הצלע DC

כך ש- DE חוצה את הזווית ADC,

ו- BF חוצה את הזווית ABC.

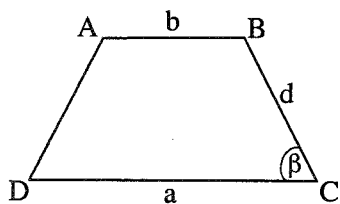
BF ו- DE נפגשים בנקודה G (ראה ציור).

א. הוכח:

$$(1) \quad GB = GD$$

$$(2) \quad \triangle BGE \cong \triangle DGF$$

ב. הוכח כי המרובע DBEF הוא טרפז שווה-שוקיים.



6. בטרפז שווה-שוקיים ABCD ($AB \parallel DC$)

אורך הבסיס הגדול CD הוא a,

אורך הבסיס הקטן AB הוא b

ואורך השוק הוא d.

הזווית ליד הבסיס הגדול DC היא β (ראה ציור).

א. הוכח כי אורך אלכסון הטרפז הוא $\sqrt{ab + d^2}$.

ב. הזווית בין אלכסון הטרפז ובין הבסיס הגדול של הטרפז היא α .

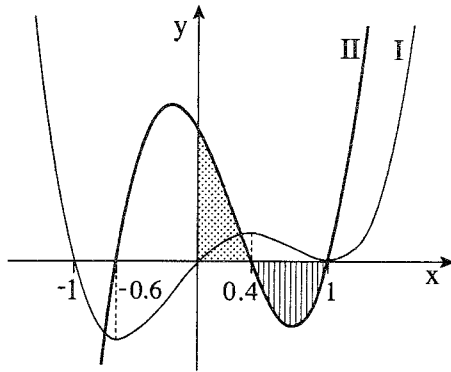
הוכח כי אם $\alpha + \beta = 90^\circ$,

$$\text{או} \quad \frac{\sin \alpha}{\sin(\beta - \alpha)} = \sqrt{\frac{a^2 - ab}{2b^2}}$$

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ופונקציות טריגונומטריות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



7. בציור שלפניך מוצגות סקיצות

של שני גרפים: גרף I וגרף II.

אחד הגרפים הוא של פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

והגרף האחר הוא הגרף של פונקציית

הנגזרת השנייה $f''(x)$.

א. איזה גרף הוא של $f'(x)$,

ואיזה גרף הוא של $f''(x)$? נמק.

ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ג. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הפיתול של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ד. הוכח שהשטח המוגבל על ידי גרף II וציר ה- x (השטח המקווקו בציור)

שווה לשטח המוגבל על ידי גרף II והצירים (השטח המנוקד בציור).

8. נתונה הפונקציה $f(x) = x - \frac{\sin(2x)}{2}$.

א. הראה כי $f'(x) = 2\sin^2 x$.

ב. (1) האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות קיצון? נמק.

(2) האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות פיתול? נמק.

ג. בציור שלפניך מוצג הגרף

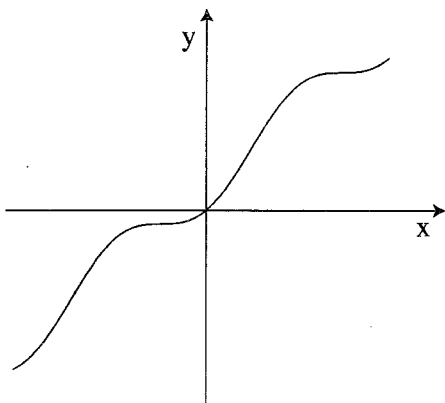
של הפונקציה $g(x) = x + \sin^2 x$

בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

בתחום הנתון מצא את כל השטח

המוגבל על ידי הגרף של $g(x)$

ועל ידי הישר $y = x$.



9. נתון משולש שאחת מצלעותיו היא 10 ס"מ, וגובה המשולש לצלע זו הוא 5 ס"מ.

(המשולש אינו קהה-זווית).

א. מבין כל המשולשים שהם כאלה, מצא את צלעות המשולש שהיקפו מינימלי.

ב. מה הן תכונות המשולש שאת צלעותיו מצאת בסעיף א?

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך