

מתמטיקה

שאלון ה'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעותיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – אלגברה – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
פרק שני – הנדסת המישור והסתברות – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

אלגברה

1. נתונה המשוואה $mx + 4x - 1 = \frac{3 - 3x}{m}$; $m \neq 0$.

א. מצא עבור אילו ערכי m :

(1) יש למשוואה אין-סוף פתרונות.

(2) אין למשוואה פתרון.

(3) יש למשוואה פתרון יחיד.

ב. הבע באמצעות m את הפתרון היחיד של המשוואה.

ג. מצא עבור אילו ערכים של m הפתרון היחיד של המשוואה קטן מ- $m + 1$.

2. נתונה סדרה חשבונית a_1, a_2, a_3, \dots שבה 48 איברים.

לפיך שני סכומים (1) ו- (2) של איברים מסדרה זו:

$$(1) \quad a_2 + a_5 + a_8 + a_{11} + \dots + a_{47} = 488$$

$$(2) \quad a_1 + a_5 + a_9 + a_{13} + \dots + a_{45} = 348$$

א. מצא כמה איברים יש בכל אחד מהסכומים (1) ו- (2).

ב. מצא את האיבר הראשון, ואת ההפרש של הסדרה הנתונה a_1, a_2, a_3, \dots .

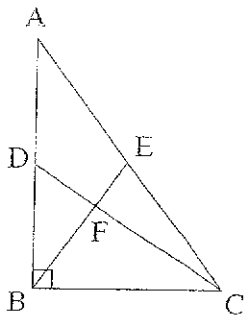
ג. מצא את סכום איברי הסדרה הנתונה המסתיימים בספרה 4.

פרק שני – הנדסת המישור והסתברות (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-6, מהן מותר לענות לכל היותר על אחת מהשאלות 5-6.
(לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות)

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

הנדסת המישור



3. משולש ABC הוא משולש ישר-זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).

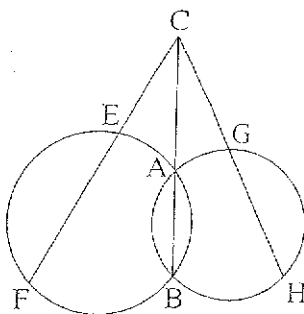
BE הוא תיכון לצלע AC, CD הוא תיכון לצלע AB, התיכונים BE ו-CD נחתכים בנקודה F (ראה ציור).

א. חשב את היחס $\frac{FB}{AC}$.

ב. חשב את היחס בין היקף המשולש BFC להיקף המשולש EFD.

ג. נתון גם כי הנקודה M היא אמצע הקטע FC, והנקודה N היא אמצע הקטע FB. הוכח כי המרובע DEMN הוא מקבילית.

4. נתונים שני מעגלים החותכים זה את זה בנקודות A ו- B.



נקודה C נמצאת על המשך הקטע BA.

דרך הנקודה C עובר ישר החותך את המעגל הימני בנקודות G ו- H, וישר החותך את המעגל השמאלי בנקודות E ו- F (ראה ציור).

א. הוכח כי $CE \cdot CF = CG \cdot CH$

ב. נתון: $GH = 7$ ס"מ, $CE \cdot CF = 78$ סמ"ר. חשב את האורך של CH.

ג. נתון גם כי $\angle CBH = 90^\circ$, $BH = 5$ ס"מ. חשב את האורך של CA.

ד. חשב את $\frac{S_{\triangle ACG}}{S_{\triangle HCB}}$

שים לב! מותר לענות לכל היותר על אחת מהשאלות 5-6.

נוסחאות בהסתברות מותנית נמצאות בעמוד 5.

הסתברות

5. במשחק הגמר של טורניר טניס שולחן, משחקים שני מתחרים. במשחק יש 2 מערכות או 3 מערכות. בכל מערכה משחקים עד שאחד המתחרים מנצח (אין תיקו). המתחרה שמנצח ביותר מערכות מיריבו, זוכה במשחק (אם מתחרה ניצח ב-2 המערכות הראשונות, לא תהיה מערכה שלישית). גיל משתתף במשחק.
- ההסתברות שגיל ינצח במערכה הראשונה היא 0.6.
- ההסתברות שגיל ינצח במערכה השנייה או במערכה השלישית תלויה בתוצאות של המערכה הקודמת:
- ההסתברות שגיל ינצח באחת ממערכות אלה, לאחר שניצח במערכה הקודמת היא 0.7.
- ההסתברות שגיל ינצח באחת ממערכות אלה, לאחר שהפסיד במערכה הקודמת היא 0.5.
- א. מהי ההסתברות שהמשחק יוכרע ב-2 מערכות בלבד?
ב. ידוע שהמשחק הוכרע ב-2 מערכות. מהי ההסתברות שהמנצח הוא גיל?
ג. ידוע כי גיל ניצח במשחק. מהי ההסתברות שהמשחק הוכרע ב-2 מערכות בלבד?

חשיבה הסתברותית בחיי היום-יום

6. הנהלת קניון שוקלת לרכוש מכשיר לגילוי כלי נשק.
ממצאי הבדיקה, שנעשתה להערכת ביצועי המכשיר, רשומים לפניך:
המכשיר קובע כי 10% מכלל האנשים הנבדקים נושאים כלי נשק.
מבין האנשים שהמכשיר מזהה כי הם נושאים כלי נשק, 95% אכן נושאים כלי נשק.
מבין אלה שהמכשיר מזהה כי הם אינם נושאים כלי נשק, 1% בכל זאת נושאים כלי נשק.
עבור כל אחת מהטענות א, ב, ג שלפניך, קבע אם היא נכונה או אינה נכונה.
נמק כל קביעה בעזרת חישובים מתאימים.
- א. המכשיר מזהה נכון יותר מ- 95% מבין אלה שאכן נושאים כלי נשק.
ב. מבין האנשים שאינם נושאים כלי נשק יש פחות מ- 1% שהמכשיר מזהה כנושאים כלי נשק.
ג. מבין האנשים שנושאים כלי נשק יש פחות מ- 10% שהמכשיר אינו מזהה כנושאים כלי נשק.

נוסחאות בהסתברות מותנית

$$P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{פרופורציה מותנית והסתברות מותנית:}$$

$$P(A / B) = \frac{P(B / A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad \text{נוסחת בייס:}$$

$$P(A / B) \neq P(A / \bar{B}) \quad \text{יש קשר סטטיסטי:}$$

$$P(A / B) \neq P(A)$$

בהצלחה!