

מתמטיקה

שאלון ה'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
- פרק שני – הנדסת המישור והסתברות – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
- סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

אלגברה

1. נתונה מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} x + a^2y = 2 \\ x + 5ay = 0 \end{cases}$$

- א. מצא עבור אילו ערכים של a יש למערכת פתרון יחיד.
ב. מצא עבור אילו ערכים של a הפתרון היחיד x, y של המערכת מקיים $x \cdot y < 0$.

2. נתונה סדרה המוגדרת לפי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = 2n - a_n + 5 \end{cases}$$

- א. הוכח שלכל n טבעי מתקיים $a_{n+2} = a_n + 2$.
ב. בסדרה הנתונה מספר זוגי של איברים.
סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים גדול ב-40 מסכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים.
מצא את מספר האיברים בסדרה.

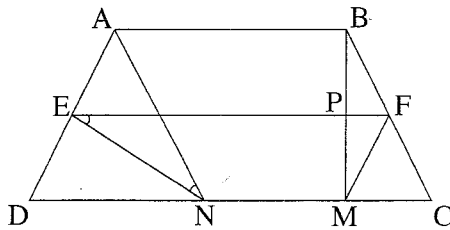
פרק שני – הנדסת המישור והסתברות (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-6, מהן מותר לענות לכל היותר על אחת מהשאלות 5-6.
(לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות)

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

הנדסת המישור

3. בטרפז ABCD ($AB \parallel CD$)



M, F, E נקודות על צלעות הטרפז.

BM חותך את EF בנקודה P (ראה ציור).

נתון: $BP \perp EF$

$$BF = FC = MF$$

$$\sphericalangle ANE = \sphericalangle FEN$$

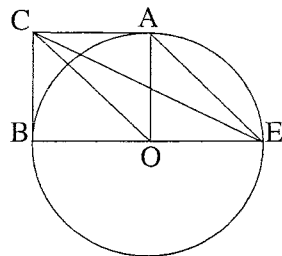
הוכח:

א. $\sphericalangle BMC = 90^\circ$

ב. $NA = ND$

ג. אם $\sphericalangle BAN = \frac{1}{2} \sphericalangle ANM$

אז $ED = \frac{1}{2} DN$



4. BE הוא קוטר מעגל שמרכזו O.

CA ו-CB הם שני משיקים למעגל

המאונכים זה לזה (ראה ציור).

הוכח:

א. המרובע ACBO הוא ריבוע.

ב. $\sphericalangle AEC = \sphericalangle OCE$

ג. נתון כי שטח המשולש ACE הוא 32 סמ"ר.

חשב את רדיוס המעגל.

שים לב! מותר לענות לכל היותר על אחת מהשאלות 5-6.

נוסחאות בהסתברות מותנית נמצאות בעמוד 6.

הסתברות

5. בחפיסה יש x כרטיסים – 4 כרטיסים אדומים, וכל השאר (שהם רוב הכרטיסים בחפיסה) לבנים.

אם מוציאים באקראי מהחפיסה כרטיס אדום, זוכים ב-100 שקלים.

אם מוציאים באקראי מהחפיסה כרטיס לבן, לא זוכים.

א. מוציאים באקראי כרטיס אחד מהחפיסה.

הבע באמצעות x את ההסתברות לזכות ב-100 שקלים.

ב. אם מוציאים באקראי כרטיס אחד מהחפיסה ולא מחזירים אותו, ולאחר מכן

מוציאים באקראי כרטיס נוסף, ההסתברות לזכות בדיוק ב-100 שקלים היא $\frac{2}{5}$.

חשב את x .

ג. אדם הוציא באקראי שני כרטיסים (ללא החזרה) מהחפיסה שבה x הכרטיסים.

אם ידוע שהאדם זכה בסכום כלשהו, מהי ההסתברות שהאדם זכה בסכום האפשרי

הגבוה ביותר?

חשיבה הסתברותית בחיי היום-יום

6. בבית הספר לאמנויות יש שתי מגמות: מגמת מוזיקה ומגמת קולנוע.

תלמיד רשאי להירשם למגמה אחת בלבד.

נתוני ההרשמה ונתוני הקבלה מוצגים בטבלאות שלפניך.

טבלת קבלה

בנות	בנים	
80	240	מוזיקה
480	320	קולנוע

טבלת הרשמה

בנות	בנים	
200	600	מוזיקה
600	400	קולנוע

א. מהי פרופורציית הבנים שהתקבלו מכלל הבנים המועמדים, ומהי פרופורציית הבנות

שהתקבלו מכלל הבנות המועמדות?

ב. האם יש קשר סטטיסטי בין מין המועמד ובין הסיכוי לקבלתו לבית הספר,

ומהי משמעות הקשר?

ג. בדוק בכל אחת מהמגמות, אם יש קשר סטטיסטי בין מין המועמד ובין הסיכוי

שלו להתקבל למגמה?

ד. כיצד אפשר להסביר את הסתירה בין המסקנה בסעיף ב למסקנה בסעיף ג?

נוסחאות בהסתברות מותנית

$$P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$
 פרופורציה מותנית והסתברות מותנית:

$$P(A / B) = \frac{P(B / A) \cdot P(A)}{P(B)}$$
 נוסחת בייס:

$$P(A / B) \neq P(A / \bar{B})$$
 יש קשר סטטיסטי:

$$P(A / B) \neq P(A)$$

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך