

דוגמא 1 לשאלון 35806
עד לשנה"ל תשע"א
משך הבחינה: שלוש וחצי שעות

דוגמא זו מבוססת על שאלות מתוך שאלוני בגרות שהיו בעבר. כדי להתאים את השאלות למשך הזמן של שאלון 35806, ייתכן שיושטט סעיף במקצת השאלות שבדוגמא זו.

פרק א: בחירה של שתיים מבין שלוש שאלות.

אלגברה ובעיות מילוליות, כולל אי שוויונים ריבועיים ורציונאליים, הסתברות, סדרות ואינדוקציה

שאלה 1: לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד קיץ תשס"ז

מכונית צעצוע יצאה מנקודה A, ונעה לכיוון נקודה B במהירות קבועה ובקו ישר. המרחק בין נקודה A לנקודה B הוא 2.5 מטרים. כעבור 1.5 שניות מיציאת המכונית, נזרק כדור מנקודה B. הכדור נע בקו ישר לעבר המכונית במהירות קבועה של 3 מטרים לשנייה. לאחר שהכדור התנגש במכונית, המשיכה המכונית לנוע בקו ישר לכיוון הנקודה B במהירות הקטנה ב- 40% ממהירותה עד ההתנגשות. המכונית הגיעה לנקודה B כעבור 7 שניות מרגע יציאתה מנקודה A. מה הייתה מהירות המכונית עד רגע ההתנגשות?

שאלה 2: לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד חורף תשס"ז

א. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:

$$\frac{(n+1)(n+2)(n+3)\dots(3n)}{(1\cdot 2)(4\cdot 5)(7\cdot 8)\dots(3n-2)\cdot(3n-1)} = 3^n$$

ב. חשב את $\frac{16\cdot 17\cdot 18\cdot 19\cdot \dots\cdot 42}{2\cdot 20\cdot 56\cdot \dots\cdot 1640}$

שאלה 3 : לקוחה מתוך שאלון 35005 מועד ב' תשס"ו

בחדר נמצאים x גברים ו- $2x$ נשים, המשחקים את המשחק שלהלן:

בוחרים באקראי שני אנשים מהחדר בזה אחר זה (בלי החזרה).

ידוע שההסתברות לבחור במשחק זה שני אנשים שאחד מהם גבר והאחר אישה, היא $\frac{1}{2}$.

א. חשב את x .

עבור ה- x שחישבת בסעיף א ענה על הסעיפים ב-ג.

ב. ידוע שהאדם השני שנבחר היה אישה.

מהי ההסתברות שהאדם הראשון שנבחר היה אישה?

ג. משחקים את המשחק חמש פעמים (בכל פעם יש בהתחלה x גברים ו- $2x$ נשים

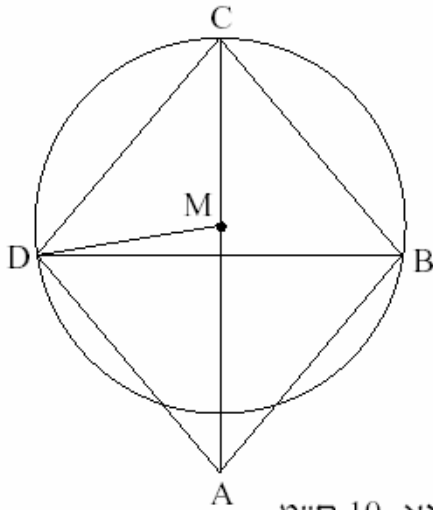
בחדר).

מהי ההסתברות שבדיוק שלוש פעמים בוחרים שתי נשים?

פרק ב: בחירה של שתיים מבין שלוש שאלות.

גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור.

שאלה 4: לקוחה מתוך שאלון 35005 מועד קיץ תשס"ו



נתון מעוין $ABCD$.

נקודה M נמצאת על האלכסון AC ,

כך ש- $MD = MC$ (ראה ציור).

א. הוכח כי הנקודה M היא מרכז המעגל

החוסם את המשולש DBC .

ב. הוכח כי $\angle MDC + \angle DBC = 90^\circ$.

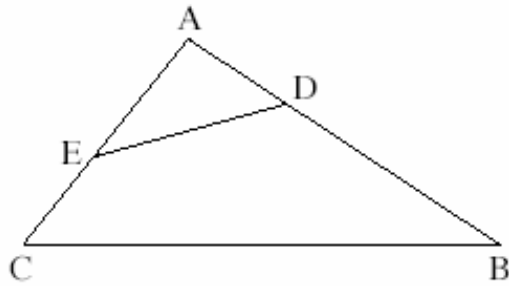
ג. נתון: רדיוס המעגל החוסם את המשולש DBC הוא 10 ס"מ,

ומרחק המרכז M מהאלכסון DB הוא 1.5 ס"מ.

חשב את שטח המעוין $ABCD$. (בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה

העשרונית).

שאלה 5 : לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד קיץ תשס"ח



במשולש ABC הנקודות D ו- E מונחות על הצלעות AB ו- AC בהתאמה (ראה ציור).

$$\angle ADE = \angle C = \gamma$$

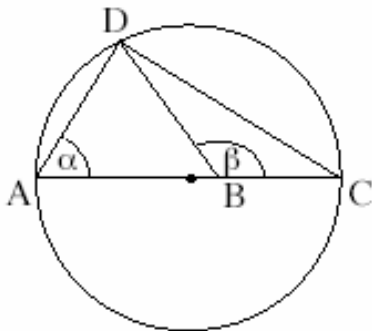
$$\angle AED = \angle B = \beta$$

$$BC = 5 \text{ ס"מ}$$

שטח המרובע BCED הוא 4 סמ"ר.

$$\text{הראה כי } DE = \sqrt{25 - 8\left(\frac{1}{\tan \beta} + \frac{1}{\tan \gamma}\right)}$$

שאלה 6 : לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד חורף תשס"ו



קטע AC הוא קוטר במעגל. נקודה D נמצאת על מעגל זה, ונקודה B נמצאת על הקוטר AC (ראה ציור).

$$\angle DBC = \beta, \quad \angle DAB = \alpha$$

נסמן: α ו- β את היחס בין

שטח המשולש ADB $(S_{\triangle ADB})$

לבין שטח המשולש ADC $(S_{\triangle ADC})$.

$$\text{ב. מצא את } \beta, \text{ אם } S_{\triangle ADB} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADC} \text{ ו- } \alpha = 60^\circ.$$

פרק ג: בחירה של שתיים מבין שלוש שאלות.

חדו"א של פונקציות טריגונומטריות, פולינומים, רציונאליות ושורש ריבועי כולל שימוש באי שוויונים ריבועיים, רציונאליים, ואי-רציונאליים פשוטים.

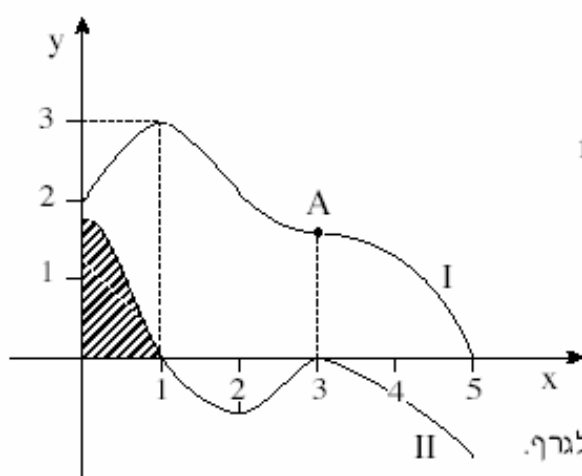
שאלה 7: לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד ב' תשס"ח

$$\text{נתונה הפונקציה } y = 2x^2 - \frac{a^3}{2x}.$$

א. עבור $a > 0$ מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

- (1) את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
 - (2) את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
 - (3) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
 - (4) את תחומי הקעירות של הפונקציה כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור $a > 0$.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור $a < 0$. הסבר את שיקוליך בסרטוט הגרף.

שאלה 8 : לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד ב' תשס"ח



בציור שלפניך מוצגים הגרפים I ו-II

בתחום $0 \leq x \leq 5$.

אחד הגרפים הוא סקיצה של הפונקציה $f(x)$

והאחר של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. איזה גרף, I או II, הוא של

הפונקציה $f(x)$? נמק.

ב. בנקודה A שעל גרף I העבירו משיק לגרף.

מהו שיפוע המשיק? נמק.

ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f''(x)$ בתחום $0 \leq x \leq 5$, אם נתון כי

שיפוע הישר, המשיק לגרף II בנקודה שבה $x = 0$, הוא אפס.

הסבר את שיקוליך בסרטוט הגרף.

(2) מה הם שיעורי ה- x של נקודות הפיתול של $f(x)$ בתחום $0 < x < 5$?

נמק.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף II, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y

(השטח המקווקו בציור). השתמש בערכים שעל ציר ה- y בציור.

שאלה 9 : לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד ב' תשס"ז

נתונה הפונקציה $f(x) = x\sqrt{x^2 + 2}$.

א. מבין כל המשיקים לגרף הפונקציה, מצא את משוואת המשיק ששיפועו מינימלי.

ב. מצא את גודל הזווית בין הכיוון החיובי של ציר ה- x ובין המשיק, שאת משוואתו

מצאת בסעיף א.