

מדינת ישראל

משרד החינוך התרבות והספורט

סוג הבחינה: בגרות לבתי"ס על-יסודיים
מועד הבחינה: חורף תשס"ה
מספר השאלון: 035004
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יח"ל

מתמטיקה

שאלון ד'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעה ושלושה רבעים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שש שאלות בנושאים:
אלגברה, טריגונומטריה, חשבון
דיפרנציאלי ואינטגרלי.
עליך לענות על שלוש שאלות –
 $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ב ה צ ל ח ה !

דولة إسرائيل

وزارة المعارف والثقافة والرياضة

نوع الامتحان: بجزوت للمدارس الثانوية
موعد الامتحان: شتاء ٢٠٠٥/٠٤
رقم النموذج: ٠٣٥٠٠٤
ملحق: لوائح قوانين ل-٤ و ٥ وحدات تعليمية

الرياضيات

النموذج "د"

تعليمات للممتحن

- أ. مدّة الامتحان: ساعة وثلاثة أرباع.
- ب. مبنى النموذج وتوزيع الدرجات:
في هذا النموذج ستّة أسئلة في المواضيع:
الجبر، حساب المثلثات، حساب التفاضل
والتكامل.
عليك الإجابة عن ثلاثة أسئلة –
 $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ درجة

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:

١. حاسبة غير بيانية. لا يُسمح استعمال إمكانيات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانية أو إمكانيات البرمجة في الحاسبة قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان.
٢. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصة:

١. لا تنسخ السؤال؛ اكتب رقمه فقط.
٢. ابدأ كل سؤال في صفحة جديدة. اكتب في دفتر مراحل الحل، حتّى إذا أُجريت حساباتك بواسطة حاسبة. فسّر كلّ عملياتك، بما في ذلك العمليات الحسابية، بالتفصيل وبوضوح وبترتيب. عدم التفصيل قد يؤدي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.
٣. لكتابة مسوّدة يجب استعمال دفتر الامتحان أو الأوراق التي حصلت عليها من المراقبين. استعمال مسوّدة أخرى قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان.

التعليمات في هذا النموذج مكتوبة بصيغة المذكر وموجهة للممتحنات وللممتحنين على حدّ سواء.

نتمنى لك النجاح !

الأسئلة

أجب عن ثلاثة من الأسئلة ١-٦، منها على الأقل عن أحد الأسئلة ٤-٦ (لكل سؤال - $\frac{1}{3}$ درجة).
إذا أجبت عن أكثر من ثلاثة أسئلة، تُفحص فقط ثلاث الإجابات الأولى التي في دفترك.

الجبر

١. أ. حلّ المعادلة $4^{x+6} \cdot 2^{4(x-5)} = 2^{6-x}$.

ب. حلّ المعادلة $\log_2 x + \log_{2x} x^3 = 4$.

(انتبه: لا علاقة بين البند "أ" والبند "ب".)

٢. أ. حلّ المعادلة $\frac{4}{x^2 - 1} - 1 = \frac{2x^2 - 3}{x^4 - 1}$.

ب. معطاة هيئة المعادلات

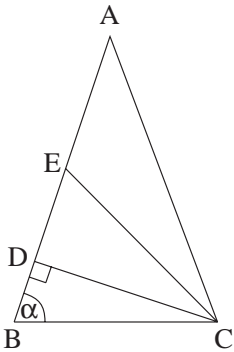
$$\begin{cases} y + 2m = 3 - x \\ 2x - mx + my = 3m - 2 \end{cases}$$

عندما $m \neq 1$.

عبّر بدلالة m عن حلّ الهيئة، وبسطّ التعبيرات التي حصلتَ عليها.

(انتبه: لا علاقة بين البند "أ" والبند "ب".)

حساب المثلثات



٣. في مثلث متساوي الساقين ($AB = AC$)،

CD هو الارتفاع على الساق AB.

EC ينصف الزاوية ACD (انظر الرسم).

معطى أن: $BC = a$ ، $\angle ABC = \alpha$.

أ. عبّر بدلالة a و α عن طول EC.

ب. عبّر بدلالة a و α عن مساحة المثلث DEC.

انتبه: عليك الإجابة على الأقل عن أحد الأسئلة ٤-٦.

حساب التفاضل والتكامل

٤. معطاة الدالة: $y = \frac{1}{x^2 - Ax}$ (A هو بارامتر).

ميل المستقيم الذي يمسّ الدالة في النقطة التي فيها $x = 1$ ، هو $\frac{2}{9}$.

أ. جد قيمتي A.

عوض القيمة الكبرى لـ A من بين القيمتين اللتين وجدتهما في البند "أ"، وجد:

ب. مجال تعريف الدالة.

ج. إحداثيات النقطة القصوى للدالة، وحدّد نوعها.

د. خطوط التقارب للدالة الموازية للمحورين.

هـ. مجالات تصاعد وتنازل الدالة.

٥. معطاة الدالة $y = \cos 2x$ في المجال $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$

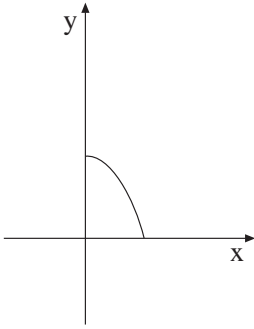
(انظر الرسم).

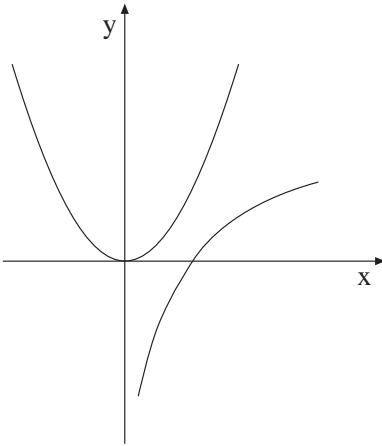
مستقيم يمسّ الرسم البياني للدالة في النقطة التي فيها $x = \frac{\pi}{4}$.

أ. جد معادلة المماس.

ب. جد المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة

والمماس والمحور y.





٦. معطاة الدالتان: $y = 2x^2$
 $y = \ln x$ ($x > 0$)
(انظر الرسم).

مستقيم يوازي المحور y يقطع الرسمين
البيانين للدالتين في النقطتين A و B .
من بين جميع القطع AB التي تتكوّن بهذا النحو،
جد طول أقصر قطعة.

בהצלחה! نتمنى لك النجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך התרבות והספורט.
חقوق الطبع محفوظة לדولة إسرائيل.
النسخ أو النشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة المعارف والثقافة والرياضة.

נוסחאון מתמטיקה

5-4 יחידות לימוד (החל מקיץ תש"ן)

لائحة قوانين في الرياضيات

4-5 وحدات تعليمية (ابتداءً من صيف 90)

الجبر

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$$

التحليل إلى عوامل

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k + \dots + b^n$$

القانون ذو الحدين لنيوتن

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

قوانين فيبتي

$$(x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ جذرا معادلة تربيعية. } x_1, x_2)$$

المتواليات

متوالية هندسية	متوالية حسابية	
$a_n = a_1 q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	الحد ال-n-ي:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$	المجموع:

$$z = a + bi = r(\cos\theta + i \sin\theta)$$

الأعداد المركبة

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

حاصل ضرب بتمثيل قطبي:

$$(\cos\theta + i \sin\theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

قانون دي موابر:

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) \right] \quad \text{جذور المعادلة } z^n = r(\cos\alpha + i \sin\alpha) \text{ هي:}$$

$$k = 0, 1, \dots, n-1$$

التوافيق والتباديل

$$p_n = n!$$

عدد التباديل لـ n عناصر (بدون إعدادات):

عدد التباديل لـ n عناصر والتي تضم n_1, n_2, \dots, n_k عناصر متساوية بينها:

$$P_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

عدد التباديل لـ k من بين n عناصر (بدون إعدادات):

$$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

عدد التوافيق لـ k من بين n عناصر (بدون إعدادات):

لائحة قوانين في الرياضيات ، ٤-٥ وحدات تعليمية

المتجهات

مستوى عبر أطراف المتجهات $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$: $\vec{x} = a + t(\vec{b} - \vec{a}) + s(\vec{c} - \vec{a})$

حاصل ضرب عددي: $(\vec{x}, \vec{y}) = \vec{x} \cdot \vec{y} = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \cos\alpha$

التعامد: $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$

طول المتجه: $|\vec{x}| = \sqrt{\vec{x} \cdot \vec{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

البُعد بين $z = (z_1, z_2, z_3)$ والمستوى $a \cdot x + c = 0$: $\frac{|a \cdot z + c|}{|a|}$

الزاوية بين المستقيم $tb + d$ والمستوى $a \cdot x + c = 0$: $\sin\beta = \frac{|a \cdot b|}{|a| \cdot |b|}$

الزاوية بين المستويين $a \cdot x + c = 0$, $b \cdot x + d = 0$: $\cos\alpha = \frac{|a \cdot b|}{|a| \cdot |b|}$

القوى واللوغريثمات
 $a^{\log_a x} = \log_a(a^x) = x$ $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

حساب المثلثات

المتطابقات

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$

$\text{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\text{tg}\alpha \pm \text{tg}\beta}{1 \mp \text{tg}\alpha \text{tg}\beta}$

$\text{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}$

$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}}$

$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{2}}$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$: قانون جيب التمام
 $\frac{1}{2}r^2\alpha$: مساحة قطاع

$\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$: قانون الجيب
 $r\alpha$: طول قوس ذي α راديانات

الهندسة الفراغية

حجم المخروط والهرم (B - مساحة القاعدة): $V = \frac{B \cdot h}{3}$ حجم الكرة: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

مساحة غلاف المخروط: $M = \pi R \ell$ مساحة السطح الخارجي للكرة: $P = 4\pi R^2$

التحليل (حساب التفاضل والتكامل)

المشتقات

$(uv)' = u'v + uv'$

$(x^n)' = nx^{n-1}$

$\sin'x = \cos x$

$\text{arc sin}'x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - v'u}{v^2}$

$(a^x)' = a^x \ln a$

$\cos'x = -\sin x$

$\text{arc cos}'x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\log_a'x = \frac{1}{x \ln a}$

$\text{tg}'x = \frac{1}{\cos^2x}$

$\text{arc tg}'x = \frac{1}{1+x^2}$

$f'(x) = v'(u) \cdot u'(x)$: قانون السلسلة

الهندسة التحليلية

الخط المستقيم

معادلة مستقيم يمرّ عبر النقطة (x_1, y_1) وميله m : $y - y_1 = m(x - x_1)$

قانون للزاوية α التي بين المستقيمين $y = m_2x + n_2$, $y = m_1x + n_1$: $\text{tg}\alpha = \left[\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right]$

تعامد المستقيمين $y = m_2x + n_2$, $y = m_1x + n_1$: $m_1 \cdot m_2 = -1$

بُعد النقطة $(x_0; y_0)$ عن المستقيم $Ax + By + C = 0$: $d = \pm \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

النقطة التي تقسم القطعة AB بنسبة $k : \ell$: $\left(\frac{\ell x_1 + kx_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + ky_2}{k + \ell} \right)$: $(A(x_1, y_1); B(x_2, y_2))$

الدائرة

معادلة مماس الدائرة $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ في النقطة $(x_0; y_0)$: $(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

القطع الزائد : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

خطوط التقارب: $y = \pm \frac{b}{a}x$

بُعد البؤرة عن نقطة الأصل: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

المماس للقطع الزائد في النقطة $(x_0; y_0)$: $\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$

الشرط بأن يمسّ المستقيم $y = mx + n$ القطع الزائد: $n^2 = m^2 a^2 - b^2$

القطع المكافئ : $y^2 = 2px$

مماس القطع المكافئ في النقطة $(x_0; y_0)$: $yy_0 = p(x + x_0)$

الشرط بأن يمسّ المستقيم $y = mx + n$ القطع المكافئ: $n = \frac{p}{2m}$