

מדינת ישראל

משרד החינוך התרבות והספורט

סוג הבחינה: בגרות לבתי"ס על-יסודיים

מועד הבחינה: קיץ תשס"ה, 2005

מספר השאלון: 035006

נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יח"ל

מתמטיקה

שאלון ו'

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה ושלושה רבעים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון: אלגברה

$$1) \times (33\frac{1}{3}) - 33\frac{1}{3} \text{ נק'}$$

פרק שני: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי,

$$2) \times (33\frac{1}{3}) - 66\frac{2}{3} \text{ נק'}$$

$$\text{סה"כ} - 100 \text{ נק'}$$

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש

באפשרויות התכנות במחשבון הניתן

לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או

באפשרויות התכנות במחשבון

עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת

את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים

מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל

פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה

ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום

לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

3. לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה

או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש

בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת

הבחינה.

דولة إسرائيل

وزارة المعارف والثقافة والرياضة

نوع الامتحان: بجروت للمدارس الثانوية

موعد الامتحان: صيف 2005

رقم النموذج: 035006

ملحق: لوائح قوانين ل-4 و-5 وحدات تعليمية

الرياضيات

النموذج "و"

تعليمات للممتحن

أ. مدة الامتحان: ساعة وثلاثة أرباع.

ب. مبنى النموذج وتوزيع الدرجات:

في هذا النموذج فصلان.

الفصل الأول: الجبر

$$1) \times (33\frac{1}{3}) - 33\frac{1}{3} \text{ درجة}$$

الفصل الثاني: حساب التفاضل والتكامل،

$$2) \times (33\frac{1}{3}) - 66\frac{2}{3} \text{ درجة}$$

$$\text{المجموع} - 100 \text{ درجة}$$

ج. مواد مساعدة يُسمح استعمالها:

1. حاسبة غير بيانية. لا يُسمح استعمال

إمكانيات البرمجة في الحاسبة التي يمكن

برمجتها. استعمال الحاسبة البيانية

أو إمكانيات البرمجة في الحاسبة قد

يؤدي إلى إلغاء الامتحان.

2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصة:

1. لا تنسخ السؤال؛ اكتب رقمه فقط.

2. ابدأ كل سؤال في صفحة جديدة. اكتب في

الدفتري مراحل الحل، حتى إذا أُجريت حساباتك

بواسطة حاسبة. فسّر كل عملياتك، بما في

ذلك العمليات الحسابية، بالتفصيل وبوضوح

وبترتيب. عدم التفصيل قد يؤدي إلى خصم

درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

3. لكتابة مسودة يجب استعمال دفتري الامتحان

أو الأوراق التي حصلت عليها من المراقبين.

استعمال مسودة أخرى قد يؤدي إلى إلغاء

الامتحان.

التعليمات في هذا النموذج مكتوبة بصيغة المذكر وموجهة للممتحنين وللـممتحنين على حدٍ سواء.

نتمنى لك النجاح!

ب ه ل ح ه !

الأسئلة

الفصل الأول: الجبر (٣٣ $\frac{1}{3}$ درجة)

أجب عن أحد السؤالين ١-٢ .

إذا أجبتَ عن أكثر من سؤال واحد، تُفحص فقط الإجابة الأولى التي في دفترِكَ .

١ . ثلاثة أنابيب، I ، II ، III ، تملأ معاً بركة بالماء في 6 دقائق .

الأنبوب II وحده يملأ البركة في 75% من الوقت الذي يملأ فيه البركة الأنبوب I وحده .

الأنبوب III وحده يملأ البركة في 10 دقائق أكثر من الوقت الذي يملأ فيه البركة الأنبوب II وحده .

بكم دقيقة يملأ البركة كل واحد من الأنابيب وحده؟

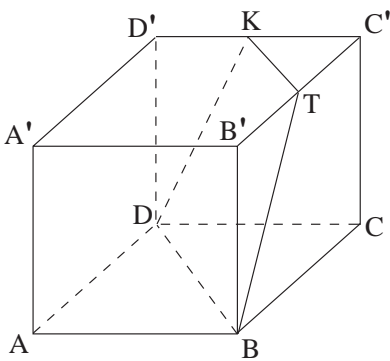
٢ . برهن بالاستقراء أو بطريقة أخرى أن لكل n طبيعي يتحقق

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} < \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$$

الفصل الثاني: حساب التفاضل والتكامل، حساب المثلثات (٦٦ $\frac{2}{3}$ درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة ٣-٥ (لكل سؤال - ٣٣ $\frac{1}{3}$ درجة) .

إذا أجبتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترِكَ .



٣ . طول ضلع المكعب ABCDA'B'C'D' هو a .

النقطة K هي منتصف الضلع $D'C'$ ،

والنقطة T هي منتصف الضلع $B'C'$

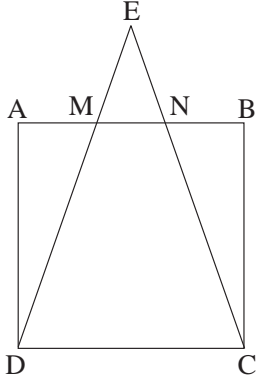
(انظر الرسم) .

أ . عبّر عن ارتفاع شبه المنحرف BDKT بدلالة a .

ب . جد الزاوية التي بين المستوى BDKT

وقاعدة المكعب .

/يتبع في صفحة 3/



٤. معطى المربع ABCD الذي طول ضلعه 10 سم.

E هي نقطة معينة خارج المربع، بحيث يكون المثلث DEC

متساوي الساقين (ED = EC).

ساقا المثلث يقطعان الضلع AB

في النقطتين M و N (انظر الرسم).

جد ماذا يجب أن يكون طول القطعة AM

حتى يكون مجموع مساحات المثلثات EMN و AMD و BNC أصغر ما يمكن.

٥. معطاة الدالة $y = -\frac{4x^3 + 4x^2 - 15x - 18}{2x + 3}$ ($x \neq -\frac{3}{2}$)

مرروا مستقيماً يمسّ الرسم البياني للدالة في النقطة التي فيها $y = 6$. يوجد للمماس

ميل سالب.

جد المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة والمماس والمحور x.

בהצלחה!

נשמתי לך הניחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך התרבות והספורט.

חقوق الطبع محفوظة לדولة إسرائيل.

النسخ أو النشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة المعارف والثقافة والرياضة.

נוסחאון מתמטיקה

5-4 יחידות לימוד (החל מקיץ תש"ן)

لائحة قوانين في الرياضيات

4-5 وحدات تعليمية (ابتداءً من صيف 90)

الجبر

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$$

التحليل إلى عوامل

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k + \dots + b^n$$

القانون ذو الحدين لنيوتن

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

قوانين فيبتي

$$(x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ جذرا معادلة تربيعية. } x_1, x_2)$$

المتواليات

متوالية هندسية	متوالية حسابية	
$a_n = a_1 q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	الحد ال-n-ي:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$	المجموع:

$$z = a + bi = r(\cos\theta + i \sin\theta)$$

الأعداد المركبة

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

حاصل ضرب بتمثيل قطبي:

$$(\cos\theta + i \sin\theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

قانون دي موابر:

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) \right] \quad \text{جذور المعادلة } z^n = r(\cos\alpha + i \sin\alpha) \text{ هي:}$$

$$k = 0, 1, \dots, n-1$$

التوافيق والتباديل

$$p_n = n!$$

عدد التباديل لـ n عناصر (بدون إعادات):

عدد التباديل لـ n عناصر والتي تضم n_1, n_2, \dots, n_k عناصر متساوية بينها:

$$P_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

عدد التباديل لـ k من بين n عناصر (بدون إعادات):

$$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

عدد التوافيق لـ k من بين n عناصر (بدون إعادات):

لائحة قوانين في الرياضيات ، ٤-٥ وحدات تعليمية

المتجهات

مستوى عبر أطراف المتجهات $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$: $\vec{x} = a + t(\vec{b} - \vec{a}) + s(\vec{c} - \vec{a})$

حاصل ضرب عددي: $(\vec{x}, \vec{y}) = \vec{x} \cdot \vec{y} = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \cos\alpha$

التعامد: $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$

طول المتجه: $|\vec{x}| = \sqrt{\vec{x} \cdot \vec{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

البعد بين $z = (z_1, z_2, z_3)$ والمستوى $a \cdot x + c = 0$: $\frac{|a \cdot z + c|}{|a|}$

الزاوية بين المستقيم $tb + d$ والمستوى $a \cdot x + c = 0$: $\sin\beta = \frac{|a \cdot b|}{|a| \cdot |b|}$

الزاوية بين المستويين $a \cdot x + c = 0$, $b \cdot x + d = 0$: $\cos\alpha = \frac{|a \cdot b|}{|a| \cdot |b|}$

القوى واللوغريثمات : $a^{\log_a x} = \log_a(a^x) = x$, $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

حساب المثلثات

المتطابقات

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{2}}$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

قانون جيب التمام: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$
مساحة قطاع: $\frac{1}{2}r^2\alpha$

قانون الجيب: $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$
طول قوس ذي α راديانات: $r\alpha$

الهندسة الفراغية

حجم المخروط والهرم (B - مساحة القاعدة): $V = \frac{B \cdot h}{3}$ حجم الكرة: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

مساحة غلاف المخروط: $M = \pi R \ell$ مساحة السطح الخارجي للكرة: $P = 4\pi R^2$

التحليل (حساب التفاضل والتكامل)

المشتقات

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$\sin'x = \cos x$$

$$\operatorname{arc} \sin'x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - v'u}{v^2}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$\cos'x = -\sin x$$

$$\operatorname{arc} \cos'x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\log_a'x = \frac{1}{x \ln a}$$

$$\operatorname{tg}'x = \frac{1}{\cos^2x}$$

$$\operatorname{arc} \operatorname{tg}'x = \frac{1}{1+x^2}$$

قانون السلسلة: $f'(x) = v'(u) \cdot u'(x)$

الهندسة التحليلية

الخط المستقيم

معادلة مستقيم يمرّ عبر النقطة (x_1, y_1) وميله m : $y - y_1 = m(x - x_1)$

قانون للزاوية α التي بين المستقيمين $y = m_2x + n_2$, $y = m_1x + n_1$: $\text{tg}\alpha = \left[\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right]$

تعامد المستقيمين $y = m_2x + n_2$, $y = m_1x + n_1$: $m_1 \cdot m_2 = -1$

بُعد النقطة $(x_0; y_0)$ عن المستقيم $Ax + By + C = 0$: $d = \pm \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

النقطة التي تقسم القطعة AB بنسبة $k : \ell$: $\left(\frac{\ell x_1 + kx_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + ky_2}{k + \ell} \right)$: $(A(x_1, y_1); B(x_2, y_2))$

الدائرة

معادلة مماس الدائرة $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ في النقطة $(x_0; y_0)$: $(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

القطع الزائد : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

خطوط التقارب:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

بُعد البؤرة عن نقطة الأصل:

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

المماس للقطع الزائد في النقطة $(x_0; y_0)$:

$$n^2 = m^2 a^2 - b^2$$

الشرط بأن يمسّ المستقيم $y = mx + n$ القطع الزائد:

القطع المكافئ : $y^2 = 2px$

$$yy_0 = p(x + x_0)$$

مماس القطع المكافئ في النقطة $(x_0; y_0)$:

$$n = \frac{p}{2m}$$

الشرط بأن يمسّ المستقيم $y = mx + n$ القطع المكافئ: