

מבחן מס' 7

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות

(40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות (1) – (3) (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) בשעה 8:00 בבוקר יצא הולך רגל מקיבוץ לכיוון חיפה. באותה שעה יצא רוכב קטנוע מחיפה לאותו הקיבוץ. שניהם נעו באותו כביש ומהירויותיהם לא השתנו בזמן התנועה. מהירות רוכב הקטנוע הייתה גדולה ב-12 קמ"ש מזו של הולך הרגל. 50 דקות לאחר השעה 8:00 הולך הרגל ורוכב הקטנוע טרם נפגשו וידוע כי המרחק ביניהם היה 16 ק"מ. 30 דקות לאחר פגישתם הגיע רוכב הקטנוע לקיבוץ. מצא את מהירות הולך הרגל ואת המרחק בין הקיבוץ לעיר חיפה.

(2) המעגל שמשוואתו $(x-5)^2 + (y+m)^2 = 41$ עובר דרך נקודה $A(10,6)$.
(א) חשב את הערך של הפרמטר m (מצא את כל הפתרונות האפשריים).
(ב) עבור כל ערך של m שמצאת בסעיף (א)
מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה A .

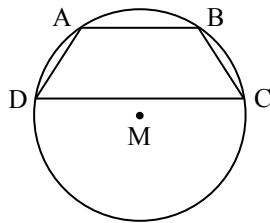
(3) בקוביית משחק בעלת 6 פאות, שתי פאות צבועות בכחול, פאה אחת צבועה בצהוב ושלוש פאות צבועות בלבן. מטילים את הקובייה 4 פעמים.
(א) מהי ההסתברות, שמתוך 4 ההטלות נקבל בדיוק 3 פעמים פאה הצבועה בכחול?
(ב) ידוע שלפחות ב-3 הטלות התקבלה פאה הצבועה בכחול.
מהי ההסתברות שבדיוק ב-3 הטלות התקבלה פאה הצבועה בכחול?
(ג) מהי ההסתברות, שמתוך 4 ההטלות נקבל בדיוק 3 פעמים פאה הצבועה בכחול ובדיוק פעם אחת פאה הצבועה בלבן?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור

(20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות (4) – (5).

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



(4) טרפז ABCD ($AB \parallel DC$) חסום

במעגל כך שמרכז המעגל M נמצא

מחוץ לטרפז (ראה סרטוט). נתון כי:

$AB = 9$ ס"מ, $CD = 21$ ס"מ,

גובה הטרפז הוא 8 ס"מ.

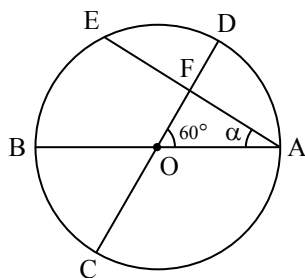
נסמן את רדיוס המעגל ב- R.

(א) בטא באמצעות R את המרחק ממרכז המעגל M:

(i) לבסיס הקטן של הטרפז: AB.

(ii) לבסיס הגדול של הטרפז: CD.

(ב) חשב את גודלו של רדיוס המעגל R.



(5) במעגל שמרכזו O ורדיוסו R מעבירים שני

קטרים AB ו-CD הנחתכים בזווית של 60° .

מיתר AE, היוצר זווית α עם הקוטר AB,

חותך את הקוטר CD בנקודה F (ראה סרטוט).

(א) בטא את שטח המשולש ACF

באמצעות R ו- α .

(ב) הוכח שכאשר $\alpha = 30^\circ$, שטח המשולש

ACF הוא $\frac{3}{8}\sqrt{3}R^2$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
 (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות (6) – (8) (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות
 הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 + ax}{x^2 + 3}$, a הוא פרמטר.

- גרף הפונקציה חותך את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה כאשר $x = 1$.
- (א) מצא את ערכו של הפרמטר a .
- (ב) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- (ג) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- (ד) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- (ה) נגדיר פונקציה נוספת, לפי הקשר: $g'(x) = f(x)$.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של $g(x)$. נמק!

(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{ax - x^2}$.

- לפונקציה יש נקודת קיצון כאשר $x = 2$.
- (א) מצא את ערכו של הפרמטר a והצב אותו בפונקציה.
- (ב) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- (ג) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- (ד) מצא את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה (אם יש כאלה).
- קבע גם האם נקודות הקיצון הן נקודות קיצון מקומיות ו/או מוחלטות.
- (ה) מצא את תחומי העלייה והירידה של גרף הפונקציה.
- (ו) היעזר בסעיפים (ב) – (ה) וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

- (8) הנגזרת של הפונקציה $g(x)$ היא: $g'(x) = -6x + 8$.
- אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x היא $(2, 0)$.
- (א) מצא את נקודת החיתוך השנייה של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .
- (ב) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת באופן הבא: $f'(x) = g(x)$.
- מצא את הפונקציה $f(x)$ אם ידוע ששיעור ה- y של נקודת המקסימום של $f(x)$ הוא 0.
- (ג) חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$ ובין ציר ה- x .
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וקווקו את השטח המבוקש.

תשובות סופיות

- (1) מהירות הולך הרגל היא 6 ק"מ לשעה.
- המרחק בין הקיבוץ לעיר חיפה הוא 36 ק"מ.
- (2) (א) $m = -10$ או $m = -2$
- (ב) $y = 1\frac{1}{4}x - 6\frac{1}{2}$ או $y = -1\frac{1}{4}x + 18\frac{1}{2}$
- (3) (א) $4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{81} \approx 0.0988$
- (ב) $\frac{8}{9}$
- (ג) $4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{27} \approx 0.074$
- (4) (א) (i) $\sqrt{R^2 - 4.5^2}$
- (ב) $R = 10.625$ ס"מ
- (ii) $\sqrt{R^2 - 10.5^2}$

$$S = \frac{3R^2 \sin(30^\circ + \alpha)}{4 \sin(60^\circ + \alpha)} = \frac{\sqrt{3}R^2}{4} \left[1 + \frac{\sin \alpha}{\sin(60^\circ + \alpha)} \right] \quad (\text{א}) \quad (5)$$

$$a = 3 \quad (\text{א}) \quad (6)$$

$$\min(-1, -0.5), \max(3, 1.5) \quad (\text{ב})$$

$$(-3, 0), (0, 0) \quad (\text{ג})$$

(ד) ראה סרטוט משמאל.

$$x < -3, x > 0: \text{עלייה} \quad (\text{ה})$$

$$-3 < x < 0: \text{ירידה}$$

$$a = 4 \quad (\text{א}) \quad (7)$$

$$0 \leq x \leq 4 \quad (\text{ב})$$

$$(4, 0), (0, 0) \quad (\text{ג})$$

$$(4, 0), (0, 0): \text{מינימום מקומי ומוחלט} \quad (\text{ד})$$

$$(2, 2): \text{מקסימום מקומי ומוחלט}$$

$$0 \leq x < 2: \text{תחום עלייה} \quad (\text{ה})$$

$$2 < x \leq 4: \text{תחום ירידה}$$

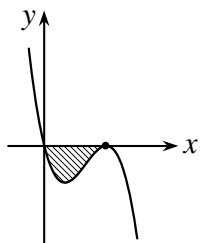
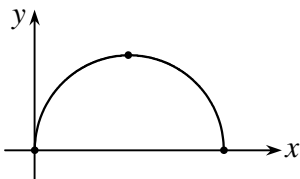
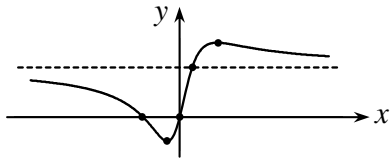
(ו) ראה סרטוט משמאל.

$$\left(\frac{2}{3}, 0\right) \quad (\text{א}) \quad (8)$$

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x \quad (\text{ב})$$

$$S = \frac{1}{3}: \text{יחידות שטח} \quad (\text{ג})$$

ראה סרטוט משמאל.



פתרון מלא למבחן מתכונת 7 מתוך אתר האינטרנט

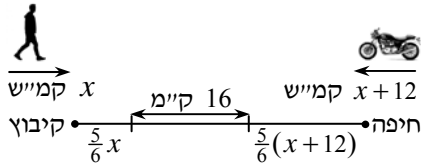
www.mishbetzet.co.il – שבת

28.02.16

- 4070 -

פתרונות למבחנים

פתרון מבחן מס' 7 (ספר מבחנים – שאלון 035804)



(1) נסמן ב- x קמ"ש את מהירות הולך הרגל.

לכן, מהירות הקטנוע היא $x + 12$ קמ"ש.

נסמן את המרחק בין הקיבוץ לחיפה

ב- S ק"מ. במשך $50 = \frac{5}{6}$ דקות = שעה,

הולך הרגל עבר מרחק של $\frac{5}{6}x$ ק"מ, ורוכב הקטנוע עבר מרחק

של $\frac{5}{6}(x + 12)$ ק"מ. לכן, (ראו תרשים): $S = \frac{5}{6}x + 16 + \frac{5}{6}(x + 12)$ ①

זמן הפגישה $t =$ שעות אחרי היציאה.

עד הפגישה הולך הרגל עבר מרחק של tx ק"מ,

ורוכב הקטנוע עבר $t(x + 12)$ ק"מ. לכן: $S = tx + t(x + 12)$ ②

המרחק מהקיבוץ עד נקודת הפגישה שווה למרחק שעבר הולך הרגל

עד לפגישה $tx =$ ק"מ. מרחק זה רוכב הקטנוע עובר ב- $\frac{1}{2}$ שעה = 30 דקות.

כלומר: $\frac{1}{2}(x + 12) = tx \Rightarrow t = \frac{x + 12}{2x}$ ③

נציב במשוואה ②: $S = t \cdot (x + x + 12) = \frac{x + 12}{2x} (2x + 12)$ ④

נשווה בין הביטויים במשוואות ① ו- ④ ונקבל:

$$\frac{x + 12}{2x} (2x + 12) = \frac{5}{6}x + 16 + \frac{5}{6}(x + 12) \quad / \cdot 6x$$

$$3(x + 12)(2x + 12) = 5x^2 + 96x + 5x(x + 12)$$

$$3(2x^2 + 12x + 24x + 144) = 5x^2 + 96x + 5x^2 + 60x$$

$$6x^2 + 108x + 432 = 10x^2 + 156x \Rightarrow 4x^2 + 48x - 432 = 0 \quad / : 4$$

$$x^2 + 12x - 108 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 432}}{2} = \frac{-12 \pm 24}{2} \Rightarrow x_1 = 6, x_2 = -18$$

הפתרון השני $x_2 = -18$ נפסל מכיוון שמהירות הולך הרגל הינה גודל חיובי.

לכן, מהירות הולך הרגל היא 6 קמ"ש.

המרחק בין הקיבוץ לחיפה: $S = \frac{5}{6} \cdot 6 + 16 + \frac{5}{6}(6 + 12) = 36$ ק"מ

$$(x-5)^2 + (y+m)^2 = 41 \quad (2) \text{ משוואת המעגל הנתונה:}$$

(א) נקודה $A(10,6)$ נמצאת על המעגל, לכן שיעוריה מקיימים את משוואתו.

$$(10-5)^2 + (6+m)^2 = 41 \quad \text{כלומר:}$$

$$25 + (6+m)^2 = 41 \Rightarrow (6+m)^2 = 16 \quad \text{נחשב את } m:$$

$$6+m=4 \Rightarrow m=-2$$

$$6+m=-4 \Rightarrow m=-10$$

(ב) עבור $m=-2$, מרכז המעגל הוא: $M_1(5,2)$

ועבור $m=-10$, מרכז המעגל הוא: $M_2(5,10)$.

עבור המעגל שמרכזו $M_1(5,2)$:

שיפוע הרדיוס AM_1 :

$$m_{AM_1} = \frac{y_A - y_{M_1}}{x_A - x_{M_1}} = \frac{6-2}{10-5} = \frac{4}{5}$$

המשיק למעגל בנקודה A מאונך לרדיוס AM_1 .

$$m_{AM_1} \cdot m_{\text{משיק}} = -1 \Rightarrow \frac{4}{5} m_{\text{משיק}} = -1 \Rightarrow m_{\text{משיק}} = -\frac{5}{4} \quad \text{לכן,}$$

$$y - y_A = m_{\text{משיק}} \cdot (x - x_A) \quad \text{ומשוואת המשיק:}$$

$$y - 6 = -\frac{5}{4}(x - 10) \Rightarrow y = -1\frac{1}{4}x + 18\frac{1}{2}$$

עבור המעגל שמרכזו $M_2(5,10)$, שיפוע הרדיוס AM_2 :

$$m_{AM_2} = \frac{y_A - y_{M_2}}{x_A - x_{M_2}} = \frac{6-10}{10-5} = -\frac{4}{5}$$

המשיק למעגל בנקודה A מאונך לרדיוס AM_2 ,

$$m_{AM_2} \cdot m_{\text{משיק}} = -1 \Rightarrow -\frac{4}{5} \cdot m_{\text{משיק}} = -1 \Rightarrow m_{\text{משיק}} = \frac{5}{4} \quad \text{לכן,}$$

$$y - y_A = m_{\text{משיק}} \cdot (x - x_A)$$

$$y - 6 = \frac{5}{4}(x - 10) \Rightarrow y = 1\frac{1}{4}x - 6\frac{1}{2}$$

(3) בהטלה אחת: $P(\text{לבו}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, $P(\text{צהוב}) = \frac{1}{6}$, $P(\text{כחול}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(א) לפי נוסחת ברנולי:

$$P_4(3) = \binom{4}{3} \cdot (P(\text{כחול}))^3 \cdot (1 - P(\text{כחול})) = 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{81}$$

(ב) ההסתברות שתתקבל פאה הצבועה בכחול לפחות 3 פעמים מתוך 4:

$$P(\text{לבו}) = P(\text{לבו 3 פעמים}) + P(\text{לבו 4 פעמים})$$

$$P(\text{לבו 3 פעמים}) = \frac{8}{81} + \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{9}{81} = \frac{1}{9}$$

$$P(\text{לבו 3 פעמים / בדיוק 3 פעמים}) = \frac{P(\text{בדיוק 3 פעמים})}{P(\text{לבו 3 פעמים})} = \frac{\frac{8}{81}}{\frac{1}{9}} = \frac{8}{9}$$

$$P(\text{לבו}) = 4 \cdot (P(\text{כחול}))^3 \cdot P(\text{לבו}) \quad (ג)$$

$$= 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{2 \cdot 27} = \frac{2}{27}$$

+ כחול + + + -
 - לבן + + - +
 + - + +
 - + + +

(4) נתון: $AB \parallel DC$, $AB = 9$ ס"מ, $CD = 21$ ס"מ.

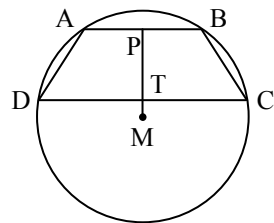
בניית עזר: קטע PM כך ש- $PM \perp AB$,

מתקיים גם: $PM \perp DC$ (מכיוון ש- $AB \parallel DC$ ו- $PM \perp AB$).

רדיוס המאונך למיתר חוצה את המיתר, לכן:

$$DT = TC = \frac{21}{2} = 10.5 \text{ ס"מ}$$

$$AP = PB = \frac{9}{2} = 4.5 \text{ ס"מ}$$



(א) (i) נתבונן ב- ΔMPB . לפי משפט פיתגורס:

$$PM^2 + 4.5^2 = R^2 \Rightarrow PM = \sqrt{R^2 - 20.25}$$

(ii) נתבונן ב- ΔMTC . לפי משפט פיתגורס:

$$MT^2 + 10.5^2 = R^2 \Rightarrow MT = \sqrt{R^2 - 110.25}$$

המשך בעמוד הבא <<<

(ב) נתון: 8 ס"מ = PT, כלומר: $PM - MT = 8$

נציב את הביטויים שקיבלנו בסעיף (א) ונקבל:

$$\sqrt{R^2 - 20.25} - \sqrt{R^2 - 110.25} = 8$$

$$\sqrt{R^2 - 20.25} = 8 + \sqrt{R^2 - 110.25}$$

שני האגפים של המשוואה חיוביים, לכן ניתן להעלות בריבוע את שניהם.

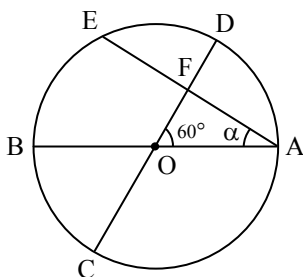
$$R^2 - 20.25 = 64 + 16\sqrt{R^2 - 110.25} + R^2 - 110.25$$

$$26 = 16\sqrt{R^2 - 110.25} \Rightarrow 13 = 8\sqrt{R^2 - 110.25}$$

נעלה בריבוע את שני האגפים ונקבל: $169 = 64 \cdot (R^2 - 110.25)$

$$169 = 64R^2 - 7056 \Rightarrow 64R^2 = 7225 \Rightarrow R = \frac{85}{8} = 10.625 \text{ ס"מ}$$

(הפתרון $R = -10.625$ מתבטל כי $R > 0$).



(5) $\angle FAO = \alpha$, $\angle FOA = 60^\circ$

$$\angle OFA = 180^\circ - 60^\circ - \alpha = 120^\circ - \alpha$$

(סכום זוויות ב- $\triangle OAF$ שווה ל- 180°).

$$\angle COA = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

(סכום זוויות צמודות שווה ל- 180°).

(א) $S_{\triangle ACF} = S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OAF}$, $OA = OC = R$

$$S_{\triangle OAC} = \frac{OA \cdot OC}{2} \cdot \sin \angle AOC =$$

$$= \frac{R \cdot R}{2} \cdot \sin 120^\circ = \frac{R^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{R^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

לפי משפט הסינוסים $\triangle OFA$:

$$\frac{AO}{\sin(120^\circ - \alpha)} = \frac{OF}{\sin \alpha} \Rightarrow OF = \frac{AO \cdot \sin \alpha}{\sin(120^\circ - \alpha)}$$

המשך בעמוד הבא <<<

$$S_{\Delta OAF} = \frac{OA \cdot OF \cdot \sin 60^\circ}{2} = \frac{OA \cdot OA \cdot \sin \alpha \cdot \sin 60^\circ}{2 \sin(120^\circ - \alpha)}$$

$$= \frac{R^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \alpha}{2 \sin(120^\circ - \alpha)} = \frac{R^2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \alpha}{4 \sin(120^\circ - \alpha)}$$

$$S_{\Delta ACF} = \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3} R^2 \sin \alpha}{4 \sin(120^\circ - \alpha)} = \frac{\sqrt{3} R^2}{4} \cdot \left[1 + \frac{\sin \alpha}{\sin(120^\circ - \alpha)} \right]$$

(ב) נתון: $\alpha = 30^\circ$, לכן,

$$S_{\Delta ACF} = \frac{\sqrt{3} R^2}{4} \left(1 + \frac{\sin 30^\circ}{\sin 90^\circ} \right) = \frac{\sqrt{3} R^2}{4} \left(1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{\sqrt{3} R^2}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{8} \sqrt{3} \cdot R^2$$

מ.ש.ל.

$$f(x) = \frac{x^2 + ax}{x^2 + 3} \quad (6)$$

תחום ההגדרה: כל x . לגרף הפונקציה אין אסימפטוטות אנכיות.

(א) משוואת האסימפטוטה האופקית $y = 1$, כי: $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = 1$

אם גרף הפונקציה חותך את האסימפטוטה האופקית כאשר $x = 1$,

אז מתקיים: $f(1) = 1$. נציב $x = 1$ בפונקציה ונקבל:

$$\frac{1^2 + a \cdot 1}{1^2 + 3} = 1 \Rightarrow \frac{1+a}{4} = 1 \Rightarrow a = 3$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x^2 + 3}$$

(ב) נגזור את הפונקציה:

$$f'(x) = \frac{(2x+3)(x^2+3) - 2x(x^2+3x)}{(x^2+3)^2} =$$

$$= \frac{2x^3 + 6x + 3x^2 + 9 - 2x^3 - 6x^2}{(x^2+3)^2} = \frac{-3x^2 + 6x + 9}{(x^2+3)^2} =$$

$$= \frac{-3(x^2 - 2x - 3)}{(x^2+3)^2} = \frac{-3(x-3)(x+1)}{(x^2+3)^2}$$

נשווה את הנגזרת לאפס:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-3(x-3)(x+1)}{(x^2+3)^2} = 0$$

המשך בעמוד הבא <<<

נקבל: $x_1 = 3, y_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -1, y_2 = -\frac{1}{2}$

כלומר הנקודות החשודות לקיצון: $(-1, -0.5), (3, 1.5)$.

מכיוון שהמכנה חיובי, הרי שבנקודות החשודות לקיצון הסימן של f''

הוא כמו הסימן של הנגזרת של המונה של הנגזרת הראשונה.

נסמן: $A(x) = -3x^2 + 6x + 9$

ואז: $A'(x) = -6x + 6$

$A'(3) = -18 + 6 < 0 \Rightarrow \max(3, 1.5)$

$A'(-1) = 6 + 6 > 0 \Rightarrow \min(-1, -0.5)$

דרך נוספת:

נבדוק את התנהגות פונקציית הנגזרת.

המכנה של $f'(x)$ הוא חיובי, לכן הסימן של פונקציית הנגזרת

נקבע לפי המונה של $f'(x)$.

גרף המונה הוא פרבולה הפוכה החותכת את ציר ה- x בנקודות:

$x = 3, x = -1$. לפי תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f'(x)$

נקבע את המינימום והמקסימום של הפונקציה $f(x)$.

x	$x < -1$	$x = -1$	$-1 < x < 3$	$x = 3$	$x > 3$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	min	↗	max	↘

(ג) שיעורי נקודת חיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y :

$x = 0 \Rightarrow y = \frac{0+0}{0+3} = 0 \Rightarrow (0, 0)$

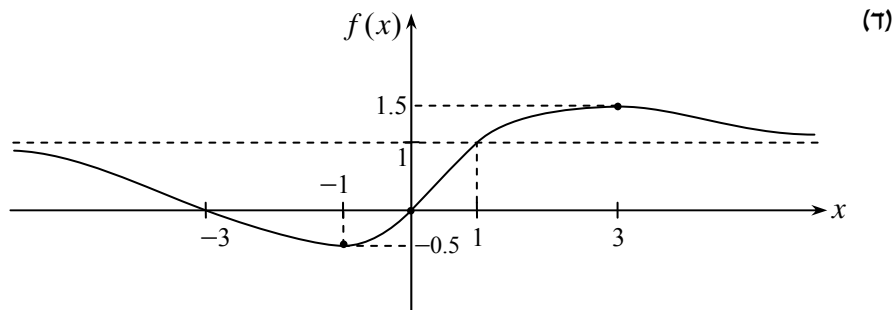
שיעורי נקודת חיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x :

$y = 0 \Rightarrow 0 = \frac{x^2 + 3x}{x^2 + 3}$

$x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(x + 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -3$

שיעורי נקודות החיתוך עם ציר ה- x הם: $(0, 0), (-3, 0)$.

המשך בעמוד הבא <<<



(ה) נתון: $g'(x) = f(x)$.

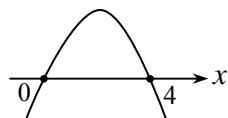
- הפונקציה $g(x)$ עולה כאשר $g'(x) > 0$, כלומר, כאשר $f(x) > 0$.
 ולכן, תחומי העלייה הם $x < -3$, $x > 0$.
 הפונקציה $g(x)$ יורדת כאשר $g'(x) < 0$, כלומר, כאשר $f(x) < 0$.
 ולכן, תחום הירידה $-3 < x < 0$.

(7) נתון: $f(x) = \sqrt{ax - x^2}$, $f'(2) = 0$

(א) $f'(x) = \frac{a-2x}{2\sqrt{ax-x^2}}$, $f'(2) = \frac{a-4}{2\sqrt{2a-4}} = 0$

$a-4=0 \Rightarrow a=4$, $f(x) = \sqrt{4x-x^2}$

(ב) תחום ההגדרה של הפונקציה: $4x-x^2 \geq 0$
 $0 \leq x \leq 4$



(ג) שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y :

$x=0$, $y=0 \Rightarrow (0,0)$

מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x : $y=0$

$\sqrt{4x-x^2} = 0 \Rightarrow 4x-x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 4$

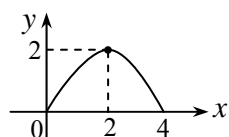
שיעורי נקודות החיתוך עם ציר ה- x : $(0,0)$, $(4,0)$

המשך בעמוד הבא <<<

$$f'(x) = \frac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}}, f'(x) = 0 \quad (ד)$$

$$\frac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}} = 0 \Rightarrow 4-2x=0 \Rightarrow x=2, y=2$$

נקודות חשודות לקיצון (כולל נקודות קצה) : $(0,0)$, $(2,2)$, $(4,0)$
 הפונקציה רציפה, לכן נקודת מקסימום מקומי ומוחלט $(2,2)$,
 נקודות מינימום מקומי ומוחלט $(0,0)$, $(4,0)$.



(ה) תחום העלייה של הפונקציה הוא $0 \leq x < 2$.

תחומי הירידה של הפונקציה הוא $2 < x \leq 4$.

(ו) ראו סרטוט משמאל.

(8) נגזרת הפונקציה $g(x)$ היא : $g'(x) = -6x + 8$

נתון כי שיעורי אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$
 עם ציר ה- x הם : $(2,0)$.

(א) נמצא את הפונקציה $g(x)$:

$$g(x) = \int g'(x) dx = \int (-6x + 8) dx = -3x^2 + 8x + c$$

$$-3(2)^2 + 8 \cdot 2 + c = 0 \quad \text{נציב את שיעורי הנקודה הנתונה} :$$

$$-12 + 16 + c = 0 \Rightarrow c = -4$$

$$g(x) = -3x^2 + 8x - 4$$

נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x : $y=0 \Rightarrow g(x)=0$

$$-3x^2 + 8x - 4 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 48}}{6} = \frac{8 \pm 4}{6} \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = \frac{2}{3}$$

$(2,0)$ היא הנקודה הנתונה,

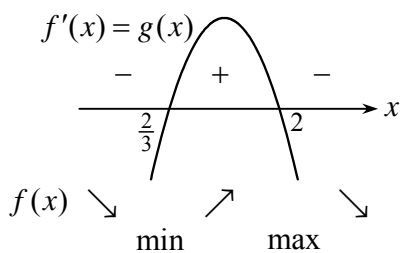
לכן שיעורי נקודת החיתוך השנייה הם $(\frac{2}{3}, 0)$.

המשך בעמוד הבא <<<

$$f'(x) = g(x) \quad (ב)$$

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int g(x) dx = \int (-3x^2 + 8x - 4) dx = -x^3 + 4x^2 - 4x + c$$

נסרטט את הגרף של $f'(x) = g(x)$:



בנקודת המקסימום של $f(x)$ מתקיים: $x = 2$.
 לפי הנתון, שיעור ה- y בנקודת המקסימום הוא 0 ,
 לכן מתקיים: $f(2) = 0$.

$$f(2) = 0 \Rightarrow -2^3 + 4 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + c = 0$$

$$-8 + 16 - 8 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x = -x(x-2)^2$$

(ג) תחום ההגדרה של $f(x)$: כל x .

שיעורי נקודות חיתוך עם הצירים:

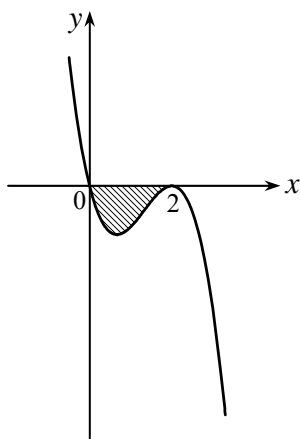
$$x = 0, 2 \Rightarrow (0, 0), (2, 0)$$

שיעורי נקודות הקיצון:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow g(x) = 0$$

$$x = 2 \Rightarrow y = 0$$

$$x = \frac{2}{3} \Rightarrow y = -\frac{32}{27}$$



$$S = -\int_0^2 f(x) dx = -\int_0^2 (-x^3 + 4x^2 - 4x) dx =$$

$$= -\left(-\frac{x^4}{4} + \frac{4}{3}x^3 - 2x^2\right)\Big|_0^2 = -\left(-4 + \frac{32}{3} - 8 - 0\right) = 1\frac{1}{3}$$

מתמטיקה לחט"ב – ספרי לימוד

מתמטיקה לכיתה ז'
מתמטיקה לכיתה ח'
מתמטיקה לכיתה ט'

ספרי הכנה במתמטיקה לחטיבה ולתיכון

♦ הכנה במתמטיקה לכיתה ז' – למסיימי כיתה ו'
♦ הכנה במתמטיקה לכיתה ח' – למסיימי כיתה ז'
♦ הכנה במתמטיקה לכיתה ט' – למסיימי כיתה ח'
♦ הכנה במתמטיקה לכיתה י' – למסיימי כיתה ט'

מתמטיקה לתיכון – ספרי לימוד

3 יחידות לימוד – כיתה י', כיתה י"א, כיתה י"ב
4 יחידות לימוד – כיתה י', כיתה י"א, כיתה י"ב
5 יחידות לימוד – כיתה י', כיתה י"א, כיתה י"ב

ספרי מבחני מתכונת (מיקוד לבגרות)

3 יחידות לימוד - מבחני מתכונת במתמטיקה - כל השאלונים
4 יחידות לימוד - מבחני מתכונת במתמטיקה - כל השאלונים
5 יחידות לימוד - מבחני מתכונת במתמטיקה - כל השאלונים

מידע על הספרים

הספרים **חוסכים** עשרות שיעורים פרטיים ומקנים לתלמיד הרגשת בטחון ומעורבות בנעשה בכיתה.
הספרים מכילים הסברים מפורטים, דוגמאות רבות ומאות שאלות לעבודה עצמית.
בספרים הושקע מאמץ רב והושם דגש על דרכי הוראה בהירות וידידותיות לתלמיד ולמורה.

אתר האינטרנט של משבצת

דפי עבודה ■ מבחנים ■ מדריכים למורה ■ ספרים דיגיטליים ■ תוכנות ליצירת דפי עבודה
פעילויות מתוקשבות ■ חומרי לימוד ■ תמיכה ■ מכירה – רשימת חנויות, מפיצים וקנייה און ליין
האתר: www.mishbetzet.co.il