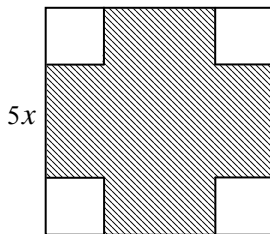


## מבחן מס' 7

ענה על ארבע מהשאלות (1) – (6) (לכל שאלה 25 נקודות).  
שים לב! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות.

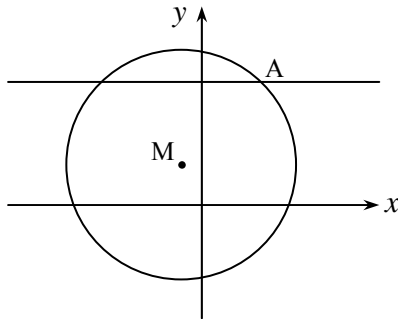
### אלגברה

- (1) קוסמטיקאית קנתה 80 קופסאות קרם במחיר  $x$  ש"ח לקופסה אחת. הקוסמטיקאית מכרה 40 מהקופסאות באותו מחיר,  $x$  ש"ח לקופסה. 30 קופסאות היא מכרה ברווח של 16%, 10 קופסאות היא מכרה ברווח של 8%. הקוסמטיקאית מכרה את כל הקופסאות בסכום כולל של 6,848 ש"ח. מצא את המחיר  $x$  ששילמה הקוסמטיקאית תמורת קופסת קרם אחת.



5x

- (2) לגינת נוי צורת ריבוע שאורך צלעו  $5x$ .  
בכל אחת מארבע פינות הגינה יש חלקת פרחים.  
כל חלקה היא בצורת ריבוע קטן, שאורך צלעו הוא חמישית מצלע הגינה (ראה סרטוט).  
בשטח הנותר של הגינה (השטח המקווקו בסרטוט) יש דשא.  
(א) הבע באמצעות  $x$  את השטח של הדשא.  
(ב) על-פי תכנון חדש של גינת הנוי, האורך של צלע הגינה יוגדל ב-20%, ואורך הצלע של כל אחת מחלקות הפרחים לא ישונה.  
הבע באמצעות  $x$  את השטח של הדשא על-פי התכנון החדש.  
(ג) בתכנון החדש, השטח של הדשא גדול ב-44 מ"ר משטח הדשא בסעיף (א).  
חשב את  $x$ .



(3) הנקודה M היא מרכז המעגל:

$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 25$$

הנקודה A היא נקודת החיתוך של

הישר  $y = 8$  עם המעגל (ראה סרטוט).

ידוע שהנקודה A נמצאת ברביע הראשון.

(א) מצא את השיעורים של הנקודה A.

(ב) מצא את שיפוע הישר MA.

(ג) מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה A.

(ד) דרך הנקודה M העבירו אנך לישר  $y = 8$ .

האנך חותך את הישר בנקודה B. מצא את שטח המשולש AMB.

### חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

(4) נתונה הפונקציה  $y = \frac{4}{x} + x - 2$ .

(א) רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה.

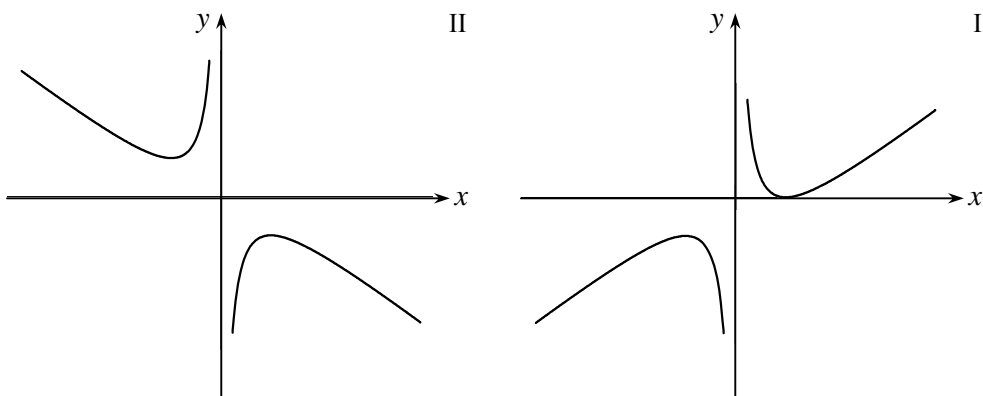
(ב) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(ג) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

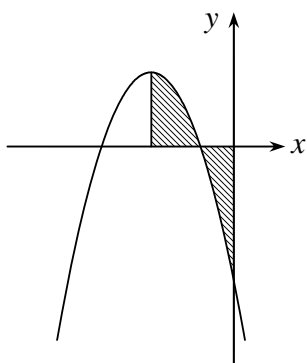
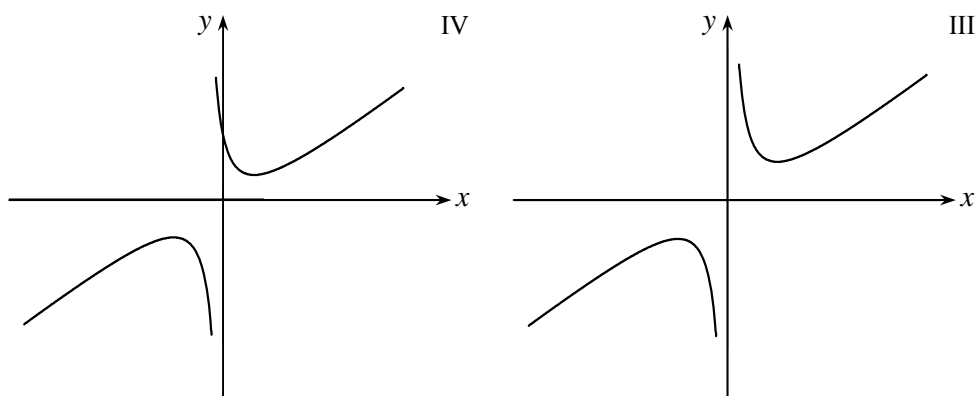
(ד) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(ה) לפניך ארבעה גרפים I, II, III, IV.

איזה מבין הגרפים מתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.



המשך בעמוד הבא <<<



(5) נתונה הפונקציה:  $y = -x^2 - 6x - 5$

(ראה סרטוט).

(א) מצא את השיעורים של נקודת המקסימום

של הפונקציה.

(ב) דרך נקודת המקסימום של הפונקציה

העבירו אנך לציר ה- $x$  (ראה סרטוט).

חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה,

האנך והצירים (השטח המקווקו שבסרטוט).

(6) (א) נתונה המשוואה:  $x(y + 2) = 9$

בטא את  $y$  באמצעות  $x$ .

(ב) מבין כל המספרים החיוביים  $x$  ו- $y$  המקיימים:  $x(y + 2) = 9$ ,

מצא את שני המספרים שעבורם הסכום  $x + y$  הוא מינימלי.

(ג) מצא את הערך המינימלי של הסכום  $x + y$ .

**תשובות סופיות**

(1) 80 ש"ח.

(2) (א)  $S = 21x^2$

(ב)  $S = 32x^2$

(ג) 2 מטר  $x =$

(3) (א)  $A(2,8)$

(ב)  $m = \frac{4}{3}$

(ג)  $y = -\frac{3}{4}x + 9\frac{1}{2}$

(ד) 6 יחידות שטח.

(4) (א)  $x \neq 0$

(ב) אין.

(ג)  $\max(-2,-6)$  ,  $\min(2,2)$

(ד) תחומי עלייה:  $x > 2$  או  $x < -2$

תחומי ירידה:  $0 < x < 2$  או  $-2 < x < 0$

(ה) גרף III

(5) (א)  $(-3,4)$

(ב)  $S = 7\frac{2}{3}$  יחידות שטח

(6) (א)  $y = \frac{9}{x} - 2$  (ב)  $x = 3$  ,  $y = 1$  (ג) 4

פתרון מבחן מס' 7 (ספר מבחנים – שאלון 035803)

(1) מחיר הקנייה של קופסת קרם הוא  $x$  ש"ח, לכן:

$$\frac{100\% + 16\%}{100\%} \cdot x = 1.16x \text{ ש"ח} \quad : 16\% \text{ רווח עם המכירה}$$

$$\frac{100\% + 8\%}{100\%} \cdot x = 1.08x \text{ ש"ח} \quad : 8\% \text{ רווח עם המכירה}$$

על סמך נתוני התרגיל, נרכיב את המשוואה:

$$40x + 30 \cdot 1.16x + 10 \cdot 1.08x = 6,848$$

$$40x + 34.8x + 10.8x = 6,848$$

$$85.6x = 6,848$$

$$x = 80$$

תשובה: הקוסמטיקאית שילמה 80 ש"ח עבור קופסת קרם אחת.

(2) אם אורך צלע הריבוע הוא  $5x$ ,

אז אורך הצלע של כל ריבוע קטן של חלקת פרחים

$$\text{הוא } \frac{1}{5} \cdot 5x = x$$

(א) שטח הדשא:

$$S_{\text{דשא}} = S_{\text{גינה}} - 4 \cdot S_{\text{חלקת פרחים}} =$$

$$= (5x)^2 - 4 \cdot (x)^2 =$$

$$= 25x^2 - 4x^2 = 21x^2$$

(ב) אורך צלע הגינה לפי התכנית החדשה:

$$a = \frac{100\% + 20\%}{100\%} \cdot 5x = 1.2 \cdot 5x = 6x$$

$$S_{\text{דשא}} = (6x)^2 - 4 \cdot (x)^2 = 36x^2 - 4x^2 = 32x^2$$

המשך בעמוד הבא <<<

(ג) על סמך הנתון של הפרש השטחים של הדשא בתכנית הראשונה ובתכנית השנייה, ניתן להרכיב את המשוואה:

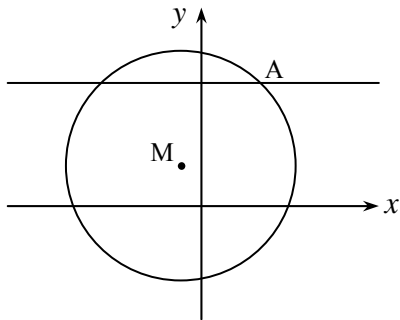
$$\underbrace{32x^2}_{\text{שטח דשא לפי תוכנית חדשה}} - \underbrace{21x^2}_{\text{שטח דשא לפי תוכנית ראשונה}} = 44$$

$$11x^2 = 44$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

הפתרון  $x = -2$  נפסל, כי אורך הוא גודל חיובי, לכן: 2 מ'  $x =$ .



(3) (א) שיעור ה- $y$  של הנקודה A

הוא 8 והיא נמצאת על המעגל, לכן:

$$(x_A + 1)^2 + (8 - 4)^2 = 25$$

$$(x_A + 1)^2 + 4^2 = 25$$

$$(x_A + 1)^2 = 9$$

$$x_A + 1 = 3 \quad \text{או} \quad x_A + 1 = -3$$

$$x_A = 2 \quad \quad \quad x_A = -4$$

נתון כי הנקודה A נמצאת ברביע הראשון, כלומר,  $x_A > 0$ , לכן:  $x_A = 2$  ומכאן: A(2,8).

(ב) לפי משוואת המעגל:  $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 25$

אפשר למצוא כי שיעורי מרכז המעגל M(-1,4) ורדיוסו 5.

$$m_{AM} = \frac{y_A - y_M}{x_A - x_M} = \frac{8 - 4}{2 + 1} = \frac{4}{3} \quad \text{לכן: } A(2,8), M(-1,4)$$

(ג) רדיוס מעגל מאונך למשיק בנקודת ההשקה, לכן מכפלת השיפועים של הרדיוס לנקודה A והמשיק שווה ל-(-1).

$$m_{\text{משיק}} \cdot m_{MA} = -1$$

$$m_{\text{משיק}} \cdot \frac{4}{3} = -1 \Rightarrow m_{\text{משיק}} = -\frac{3}{4}$$

המשך בעמוד הבא <<<

משוואת המשיק למעגל בנקודה  $A(2,8)$  היא:

$$y - y_A = m_{\text{משיק}}(x - x_A)$$

$$y - 8 = -\frac{3}{4}(x - 2)$$

$$y - 8 = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{3}{4}x + 9\frac{1}{2}$$

(ד) MB מקביל לציר ה- $y$ , לכן  $x_B = x_M = -1$ .

BA מקביל לציר ה- $x$ , לכן  $y_B = y_A = 8$ .

$$\text{מכאן: } S_{\Delta ABM} = \frac{AB \cdot MB}{2}$$

$$AB = x_A - x_B = 2 - (-1) = 3 \text{ יחידות אורך}$$

$$MB = y_B - y_M = 8 - 4 = 4 \text{ יחידות אורך}$$

$$\text{מכאן: } S_{\Delta ABM} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ יחידות שטח}$$

$$y = \frac{4}{x} + x - 2 \quad (4)$$

(א) תחום הגדרה:  $x \neq 0$ .

(ב) לגרף הפונקציה אין נקודת חיתוך עם ציר ה- $y$ ,

מכיוון ש- $x = 0$  אינו בתחום ההגדרה.

נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ :  $y = 0$ .

$$\frac{4}{x} + x - 2 = 0 \quad / \cdot x \neq 0$$

$$x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 16}}{2}$$

אי אפשר להוציא שורש ממספר שלילי, לכן אין פתרונות ממשיים

למשוואה זו, לכן לגרף הפונקציה אין נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$ .

מסקנה: לגרף הפונקציה אין נקודות חיתוך עם הצירים.

המשך בעמוד הבא <<<

$$y' = \left(\frac{4}{x} + x - 2\right)' = -\frac{4}{x^2} + 1 \quad (ג)$$

$$y' = 0 \Rightarrow -\frac{4}{x^2} + 1 = 0 \Rightarrow \frac{4}{x^2} = 1$$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -2$$

$$x_1 = 2 \Rightarrow y = \frac{4}{2} + 2 - 2 = 2$$

$$x_2 = -2 \Rightarrow y = \frac{4}{-2} - 2 - 2 = -6$$

נקודות חשודות לקיצון:  $(-2, -6)$ ,  $(2, 2)$ .

נבדוק האם באמת נקודות אלו הן נקודות קיצון, ונמצא את סוגן:

x	$x < -2$	$x = -2$	$-2 < x < 0$	$x = 0$	$0 < x < 2$	$x = 2$	$x > 2$
$f'(x)$	+	0	-	נקודת אי-הגדרה	-	0	+
$f(x)$	↗	max	↘		↘	min	↗

$$f'(-3) = -\frac{4}{9} + 1 > 0$$

$$f'(-1) = -\frac{4}{1} + 1 < 0$$

$$f'(1) = -\frac{4}{1} + 1 < 0$$

$$f'(3) = -\frac{4}{9} + 1 > 0$$

מהטבלה:  $(2, 2)$  נקודת מינימום,  $(-2, -6)$  נקודת מקסימום.

(ד) מהטבלה רואים כי:

תחומי עלייה:  $x < -2$ ,  $x > 2$

תחומי ירידה:  $-2 < x < 0$ ,  $0 < x < 2$

(ה) גרף I אינו מתאים, כי, למשל, שיעור ה-  $y$  של נקודת המינימום

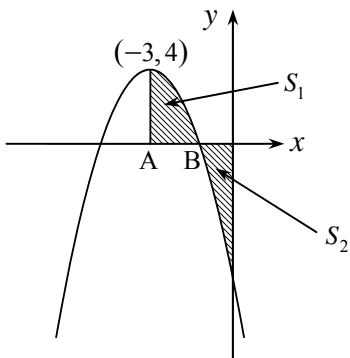
הוא 0 ולא 2.

גרף II אינו מתאים, כי, למשל, ב-  $x = 2$  יש נקודת מקסימום

ולא מינימום.

גרף IV אינו מתאים, כי יש נקודת חיתוך עם ציר ה-  $y$ .

לכן, הגרף המתאר את הפונקציה הנתונה הוא גרף III.



$$y = -x^2 - 6x - 5 \quad (5)$$

(א) נמצא את שיעורי נקודת המקסימום

של הפרבולה:

$$x_{\text{קדקוד}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{-2} = -3$$

$$y_{\text{קדקוד}} = -(-3)^2 - 6 \cdot (-3) - 5 = -9 + 18 - 5 = 4$$

שיעורי נקודת המקסימום:  $(-3, 4)$ .

(ב) יש לחשב את השטח המקווקו. נשים לב שחלק מהשטח נמצא מעל ציר ה- $x$

וחלקו נמצא מתחת לציר ה- $x$ . לכן, יש לחלק את השטח המבוקש

לשני חלקים.

נמצא תחילה את נקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- $x$ :

$$y = 0 \Rightarrow -x^2 - 6x - 5 = 0 \quad / \cdot (-1)$$

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{-6 \pm 4}{2} \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -5$$

נקודה B, נקודת החיתוך הימנית עם ציר ה- $x$ , מקיימת:  $x_B = -1$ ,

לכן:

$$S_1 = \int_{-3}^{-1} (-x^2 - 6x - 5) dx = \left( -\frac{x^3}{3} - 3x^2 - 5x \right) \Big|_{-3}^{-1} =$$

$$= -\frac{(-1)^3}{3} - 3(-1)^2 - 5(-1) - \left[ -\frac{(-3)^3}{3} - 3(-3)^2 - 5(-3) \right] =$$

$$= \frac{1}{3} - 3 + 5 - (9 - 27 + 15) = 2\frac{1}{3} + 3 = 5\frac{1}{3}$$

השטח  $S_2$  נמצא מתחת לציר ה- $x$ , לכן:

$$S_2 = -\int_{-1}^0 (-x^2 - 6x - 5) dx$$

המשך בעמוד הבא <<<

נשתמש בפונקציה הקדומה שמצאנו בחישוב של  $S_1$  ונקבל:

$$S_2 = -\left(-\frac{x^3}{3} - 3x^2 - 5x\right)\Big|_{-1}^0 = \frac{x^3}{3} + 3x^2 + 5x\Big|_{-1}^0 =$$

$$= 0 - \left[\frac{(-1)^3}{3} + 3(-1)^2 + 5(-1)\right] =$$

$$= 0 - \left(-\frac{1}{3} + 3 - 5\right) = 2\frac{1}{3} \text{ יחידות שטח}$$

לכן, השטח המבוקש הוא:  $7\frac{2}{3}$  יחידות שטח  $S = S_1 + S_2 = 5\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3}$

$$x(y + 2) = 9 \quad (6)$$

$$y + 2 = \frac{9}{x} \Rightarrow y = \frac{9}{x} - 2 \quad (א)$$

(ב) פונקציית המטרה היא:  $F = x + y$ , ויש למצוא את המינימום שלה.

$$F(x) = x + y = x + \frac{9}{x} - 2$$

$$F'(x) = \left(x + \frac{9}{x} - 2\right)' = 1 - \frac{9}{x^2}$$

$$F'(x) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{9}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{9}{x^2} = 1 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

נתון שהמספרים  $x$  ו- $y$  הם חיוביים, לכן הפתרון  $x = -3$  נפסל.

$$x = 3 \Rightarrow y = \frac{9}{3} - 2 = 1$$

מכאן, הנקודה החשודה לקיצון היא  $(3, 1)$ .

x	x = 0	0 < x < 3	x = 3	x > 3
f'(x)	נקודת אי-הגדרה	-	0	+
f(x)		↘	min	↗

$$F'(1) = 1 - \frac{9}{1^2} < 0$$

$$F'(4) = 1 - \frac{9}{4^2} > 0$$

לכן, הסכום  $x + y$  מקבל ערך מינימלי בנקודה  $(3, 1)$ ,

כלומר:  $x = 3$ ,  $y = 1$ .

$$F_{\min} = F(x = 3) = 3 + \frac{9}{3} - 2 = 4 \quad (ג)$$

(ניתן גם לחשב:  $F_{\min} = (x + y)_{\min} = 3 + 1 = 4$ .)

**תשובה:** הערך המינימלי של הסכום  $x + y$  לפי תנאי התרגיל הוא 4.

### מתמטיקה לחט"ב – ספרי לימוד

מתמטיקה לכיתה ז'  
מתמטיקה לכיתה ח'  
מתמטיקה לכיתה ט'

### ספרי הכנה במתמטיקה לחטיבה ולתיכון

♦ הכנה במתמטיקה לכיתה ז' – למסיימי כיתה ו'  
♦ הכנה במתמטיקה לכיתה ח' – למסיימי כיתה ז'  
♦ הכנה במתמטיקה לכיתה ט' – למסיימי כיתה ח'  
♦ הכנה במתמטיקה לכיתה י' – למסיימי כיתה ט'

### מתמטיקה לתיכון – ספרי לימוד

3 יחידות לימוד – כיתה י', כיתה י"א, כיתה י"ב  
4 יחידות לימוד – כיתה י', כיתה י"א, כיתה י"ב  
5 יחידות לימוד – כיתה י', כיתה י"א, כיתה י"ב

### ספרי מבחני מתכונת (מיקוד לבגרות)

3 יחידות לימוד - מבחני מתכונת במתמטיקה - כל השאלונים  
4 יחידות לימוד - מבחני מתכונת במתמטיקה - כל השאלונים  
5 יחידות לימוד - מבחני מתכונת במתמטיקה - כל השאלונים

### מידע על הספרים

הספרים **חוסכים** עשרות שיעורים פרטיים ומקנים לתלמיד הרגשת בטחון ומעורבות בנעשה בכיתה.  
הספרים מכילים הסברים מפורטים, דוגמאות רבות ומאות שאלות לעבודה עצמית.  
בספרים הושקע מאמץ רב והושם דגש על דרכי הוראה בהירות וידידותיות לתלמיד ולמורה.

### אתר האינטרנט של משבצת

דפי עבודה ■ מבחנים ■ מדריכים למורה ■ ספרים דיגיטליים ■ תוכנות ליצירת דפי עבודה  
פעילויות מתוקשבות ■ חומרי לימוד ■ תמיכה ■ מכירה – רשימת חנויות, מפיצים וקנייה און ליין  
**האתר: [www.mishbetzet.co.il](http://www.mishbetzet.co.il)**