

פתרון מבחן מס' 18 (ספר לימוד – שאלון 035807)

(1) נסמן ב- O את ראשית הצירים.

$$AB = 2 \cdot CD \Rightarrow OB = 2 \cdot OD \quad \text{לפי סימטריה, נקבל:}$$

$$\text{נסמן: } x_D = t, \text{ ואז: } y_D = 1.5t, x_B = 2t, y_B = 3t.$$

$$(2t)^2 + (3t)^2 = 52 \quad \text{הנקודה B נמצאת על המעגל, לכן:}$$

$$13t^2 = 52 \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow t = \pm 2$$

$$x_D = 2, y_D = 3 \Rightarrow D(2,3) \quad \text{ידוע כי } x_D = t > 0, \text{ לכן } t = 2. \text{ מכאן:}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{משוואת אליפסה:}$$

$$a^2 = R^2 = 52 \Rightarrow \frac{x^2}{52} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

הנקודה D נמצאת על האליפסה, לכן שיעוריה מקיימים

$$\frac{2^2}{52} + \frac{3^2}{b^2} = 1 \Rightarrow b = \frac{39}{4} \quad \text{את משוואת האליפסה:}$$

$$\frac{x^2}{52} + \frac{4y^2}{39} = 1 \quad \text{כלומר משוואת האליפסה:}$$

$$\begin{aligned} \vec{AB} = B - A &= (4m - m, 3m + 1 - m + 2, 2m + 1 + 1) = & (א) \quad (2) \\ &= (3m, 2m + 3, 2m + 2) \end{aligned}$$

וקטור נורמל למישור π הוא $\underline{h} = (1, 2, -3)$.

$$\vec{AB} \perp \underline{h} \Rightarrow \vec{AB} \cdot \underline{h} = 0 \quad \text{אם } \vec{AB} \parallel \pi, \text{ אז:}$$

$$3m + 2(2m + 3) - 3(2m + 2) = 0$$

$$3m + 4m + 6 - 6m - 6 = 0 \Rightarrow m = 0$$

נבדוק האם במקרה זה, הישר AB אינו מוכל במישור π :

$$A(0, -2, -1) \Rightarrow 0 + 2 \cdot (-2) - 3 \cdot (-1) + 6 \stackrel{?}{=} 0$$

$5 \neq 0$, לכן הנקודה A אינה נמצאת במישור והישר AB

מקביל למישור π .

$$\underline{s} \perp \underline{h} \stackrel{?}{\Rightarrow} \underline{s} \cdot \underline{h} = (4, 1, 2) \cdot (1, 2, -3) = 4 + 2 - 6 = 0 \quad (ב)$$

המכפלה הסקלרית שווה ל-0, כלומר $\underline{s} \perp \underline{h}$,

מכאן, הישר ℓ מקביל למישור π או מוכל בתוכו.

$$(0, 0, 2) \Rightarrow 0 + 2 \cdot 0 - 3 \cdot 2 + 6 = 0 \Rightarrow 0 = 0$$

כלומר נקודה אחת של הישר ℓ נמצאת במישור, ולכן כל הישר

נמצא במישור π .

$$(0, 3, 2) \neq \alpha(4, 1, 2) \Rightarrow AB \text{ אינו מקביל לישר } \ell \quad (ג)$$

אזי, לפי הגדרה, המרחק בין ישרים מצטלבים AB ו- ℓ הוא המרחק

בין הישר AB למישור המקביל ל-AB ומכיל את הישר ℓ ,

כלומר המרחק בין הישר AB למישור π . מרחק זה שווה למרחק

בין הנקודה $A(0, -2, -1)$ למישור AB, לכן:

$$d = \frac{|0 + 2 \cdot (-2) - 3 \cdot (-1) + 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2}} = \frac{5}{\sqrt{14}} \text{ יחידות אורך}$$

$$z = x + iy, \bar{z} = x - iy, |z| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3) \text{ (א) נסמן:}$$

$$(x - iy)i + (x - iy)^2 + (x^2 + y^2) + x + iy + x - iy = 0 \quad \text{ואז:}$$

$$xi + y + x^2 - y^2 - 2xyi + x^2 - y^2 + 2x = 0$$

$$2x^2 + 2x + y + i(x - 2xy) = 0$$

$$\text{Re} \begin{cases} 2x^2 + 2x + y = 0 \end{cases}$$

$$\text{Im} \begin{cases} x - 2xy = 0 \Rightarrow x(1 - 2y) = 0 \end{cases}$$

$$x = 0 \Rightarrow 0 + 0 + y = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow z_1 = 0$$

$$y = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x^2 + 2x + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2x + 1)^2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$a_n = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i, \quad d = 1 + \frac{1}{16}i, \quad a_1 = \text{Re} = ? \quad (ב)$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d \quad \text{לפי נוסחת איבר כללי בסדרה חשבונית:}$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i = a_1 + \left(1 + \frac{1}{16}i\right)(n - 1)$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i = a_1 + n - 1 + \frac{1}{16}in - \frac{1}{16}i$$

$$\text{Re} \begin{cases} -\frac{1}{2} = a_1 + n - 1 \end{cases}$$

$$\text{Im} \begin{cases} \frac{1}{2} = \frac{1}{16}n - \frac{1}{16} \Rightarrow 8 = n - 1 \Rightarrow n = 9 \end{cases}$$

$$-\frac{1}{2} = a_1 + 9 - 1 \Rightarrow a_1 = -8\frac{1}{2}$$

$$. x > 0, f(x) = \ln^2 x - \ln x - \frac{3}{4} \quad (4)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2 \ln x \cdot \frac{1}{x} - \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow \frac{2 \ln x - 1}{x} = 0 \quad (א)$$

$$2 \ln x - 1 = 0 \Rightarrow \ln x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \sqrt{e}$$

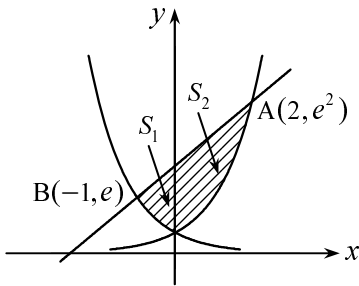
$$y = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = -1$$

x	$0 < x < \sqrt{e}$	$x = \sqrt{e}$	$x > \sqrt{e}$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	↗	max	↘

$$f'(1) = \frac{2 \cdot 0 - 1}{(+)} < 0$$

$$f'(e) = \frac{2 \cdot 1 - 1}{(+)} > 0$$

. תשובה: $\min(\sqrt{e}, -1)$



$$x = 2 \Rightarrow y_A = e^2 \quad (ב)$$

$$x = -1 \Rightarrow y_B = e$$

$$m_{AB} = \frac{e^2 - e}{2 + 1} = \frac{e^2 - e}{3}$$

: משוואת AB

$$y - e = \frac{e^2 - e}{3}(x + 1) \Rightarrow y = \frac{e^2 - e}{3}x + \frac{e^2 + 2e}{3}$$

$$S = S_1 + S_2 = \int_{x_B}^0 (y_{AB} - e^{-x}) dx + \int_0^{x_A} (y_{AB} - e^x) dx =$$

$$= \int_{-1}^0 \left(\frac{e^2 - e}{3}x + \frac{e^2 + 2e}{3} - e^{-x} \right) dx +$$

$$+ \int_0^2 \left(\frac{e^2 - e}{3}x + \frac{e^2 + 2e}{3} - e^x \right) dx =$$

◀◀◀ המשך בעמוד הבא

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{e^2 - e}{3} \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{e^2 + 2e}{3} x + e^{-x} \right) \Big|_{-1}^0 + \\
 &\quad + \left(\frac{e^2 - e}{3} \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{e^2 + 2e}{3} x - e^x \right) \Big|_0^2 = \\
 &= 0 + 0 + 1 - \left(\frac{e^2 - e}{6} - \frac{e^2 + 2e}{3} + e \right) + \frac{2(e^2 - e)}{3} + \\
 &\quad + \frac{2(e^2 + 2e)}{3} - e^2 - (0 + 0 - 1) = \\
 &= 1 - \frac{e^2 - e - 2e^2 - 4e + 6e}{6} + \frac{4e^2 + 2e}{3} - e^2 + 1 = \\
 &= 2 - \frac{e - e^2}{6} + \frac{e^2 + 2e}{3} = \text{טח יחידות} \left(2 + \frac{1}{2}e + \frac{1}{2}e^2 \right)
 \end{aligned}$$

$$\left(-\frac{1}{2}x^2 e^{-2x} + c \right)' = -\frac{1}{2}(2x \cdot e^{-2x} - 2e^{-2x} \cdot x^2) = e^{-2x}(x^2 - x) \quad (\text{א}) \quad (5)$$

$$\int e^{-2x}(x^2 - x) dx = -\frac{1}{2}x^2 e^{-2x} + c \quad \text{לכן:}$$

$$\text{(ב) נסרטט סקיצה של גרף הפונקציה } f(x) = e^{-2x}(x^2 - x)$$

$$y = 0 \Rightarrow e^{-2x}(x^2 - x) = 0 \Rightarrow x(x - 1) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 1$$

$e^{-2x} > 0$ לכל ערך של x , תחומי החיוביות/שליליות של הגרף הם כמו

תחומי החיוביות/שליליות של הפרבולה בעלת המינימום $y = x(x - 1)$.

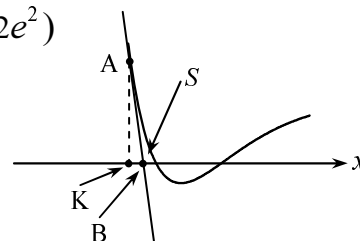
$$x_A = -1 \Rightarrow y_A = e^2(1 + 1) = 2e^2 \Rightarrow A(-1, 2e^2)$$

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= -2e^{-2x}(x^2 - x) + e^{-2x}(2x - 1) = \\
 &= e^{-2x}(-2x^2 + 4x - 1)
 \end{aligned}$$

$$f'(x_A) = f'(-1) = e^2(-2 - 4 - 1) = -7e^2$$

משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A:

$$y - 2e^2 = -7e^2(x + 1) \Rightarrow y = -7e^2x - 5e^2$$



המשך בעמוד הבא <<<

המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה B, לכן:

$$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{7} \Rightarrow B\left(-\frac{5}{7}, 0\right)$$

$$\begin{aligned} S &= \int_{x_A}^0 f(x) dx - S_{\Delta ABK} = \\ &= \int_{-1}^0 [e^{-2x}(x^2 - x)] dx - \frac{y_A \cdot (x_B - x_K)}{2} = \\ &= \left(-\frac{1}{2}x^2 e^{-2x}\right) \Big|_{-1}^0 - \frac{2e^2(-\frac{5}{7} + 1)}{2} = \\ &= -\frac{1}{2}(0 - e^2) - \frac{2}{7}e^2 = \frac{e^2}{2} - \frac{2}{7}e^2 = \text{יחידות שטח} \quad \frac{3}{14}e^2 \end{aligned}$$

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות