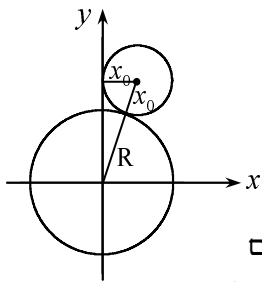


**פתרון מבחן מס' 7 (ספר לימוד – שאלון 035807)**



(1) (א) נסמן ב-  $(x_0, y_0)$  את המרכז של מעגל

המשיק לציר ה-  $y$  ולמעגל הנתון.

מכיוון שהמעגל משיק לציר ה-  $y$

ומרכזו ברביע הראשון, הרי שרדיוסו

שווה ל-  $x_0$ , ומתקיים:  $x_0 > 0, y_0 > 0$ .

נקודת ההשקה של המעגלים נמצאת על קטע המרכזים

ולכן המרחק בין המרכזים  $(0,0)$  ו-  $(x_0, y_0)$  שווה לסכום

הרדיוסים  $R + x_0$ . מכאן נקבל את משוואת המקום הגיאומטרי המבוקש.

$$R + x_0 = \sqrt{(x_0 - 0)^2 + (y_0 - 0)^2} \quad / \quad ( )^2$$

$$R^2 + 2x_0R + x_0^2 = x_0^2 + y_0^2$$

$$R^2 + 2x_0R = y_0^2$$

כלומר:

$$y^2 = 2xR + R^2 \quad \text{לכן משוואת המקום הגיאומטרי המבוקש הוא:}$$

עבור  $x > 0, y > 0$ .

(ב) המעגל שמרכזו  $(6,8)$  ורדיוסו 6 נמצא על המקום הגיאומטרי שמצאנו

$$8^2 = 2 \cdot 6 \cdot R + R^2 \quad \text{בסעיף (א). לכן:}$$

$$R^2 + 12R - 64 = 0 \quad \text{נקבל את המשוואה הריבועית:}$$

$$\text{שפתרונותיה: } R_1 = 4, R_2 = -16$$

הפתרון  $R_2$  מבוטל כי הרדיוס הוא גודל חיובי, ולכן  $R = 4$ .

(2) (א) מהנתון שנקודה  $(x, y, z)$  נמצאת על ישר הנמצא 2 יחידות ממישור  $\pi_1$

ובמרחק 4 יחידות ממישור  $\pi_2$ , נקבל את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} \frac{|2x + 3y + 6z|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}} = 2 \\ \frac{|x + 2y + 2z|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |2x + 3y + 6z| = 14 \\ |x + 2y + 2z| = 12 \quad / \cdot (-2) \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 2x + 3y + 6z = 14 \\ -2x - 4y - 4z = -24 \end{cases} \quad \text{נבחר סימנים +, +, ונקבל:}$$

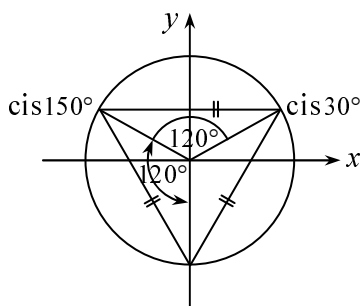
$$-y + 2z = -10$$

המשך בעמוד הבא <<<

עבור  $y = 0$  נקבל:  $z = -5$  ואז:  $x = 22$ .  
 עבור  $z = 0$  נקבל:  $y = 10$  ואז:  $x = -8$ .  
 כלומר, הנקודות  $(22, 0, -5)$  ו-  $(-8, 10, 0)$  נמצאות על ישר אחד  
 המקיים את התנאים ולכן ההצגה הפרמטרית של ישר זה היא:  
 $\underline{x} = (-8, 10, 0) + t(-6, 2, 1)$  או  $\underline{x} = (-8, 10, 0) + t(30, -10, -5)$   
 (ב) הישר  $(-8, 10, 0) + t(-6, 2, 1)$  חותך את המישור  $xy$  כאשר שיעור  
 ה-  $z$  של הנקודה  $A$  שווה ל-  $0$ , כלומר:  $0 + t = 0 \Rightarrow t = 0$ ,  
 ואז:  $(-8, 10, 0) + 0(-6, 2, 1)$ , כלומר:  $A(-8, 10, 0)$ .  
 הישר חותך את המישור  $yz$  כאשר שיעור ה-  $x$  של הנקודה  $B$  שווה ל-  $0$ ,  
 כלומר:  $-8 - 6t = 0$ , מכאן:  $t = -\frac{4}{3}$  ואז  $(-8, 10, 0) - \frac{4}{3}(-6, 2, 1)$ ,  
 כלומר  $B(0, \frac{22}{3}, -\frac{4}{3})$ . מכיוון שהנקודות  $A$  ו-  $B$  נמצאות על הישר  
 $(-8, 10, 0) + t(-6, 2, 1)$ , הרי שמרחקן ממישור  $\pi_2$  שווה ל-  $4$  יחידות.  
 המרחק בין הנקודות  $A$  ו-  $B$ :  
 $d_{AB} = \sqrt{(0+8)^2 + (\frac{22}{3}-10)^2 + (-\frac{4}{3}-0)^2} \approx 8.5375$   
 לכן שטח המלבן  $ABCD$  הוא:  $34.15$  יחידות שטח  $S = 4 \cdot 8.5375$ .

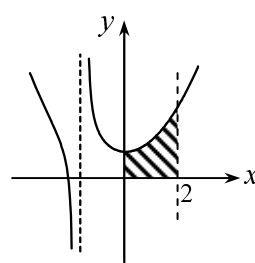
(3) (א) אם  $z = \text{cis} \alpha$ , הרי ש-  $\bar{z} = \text{cis}(-\alpha)$ , ואז:  
 $i \cdot z \cdot \bar{z} = i \cdot \text{cis} \alpha \cdot \text{cis}(-\alpha) = i \text{cis}(\alpha - \alpha) = i \text{cis} 0 = i$   
 $z - \bar{z} = \cos \alpha + i \sin \alpha - (\cos \alpha - i \sin \alpha) = 2i \sin \alpha$   
 ואז מהמשוואה  $i \cdot z \cdot \bar{z} = z - \bar{z}$  נקבל:  $i = 2i \sin \alpha$ ,  
 כלומר  $2 \sin \alpha = 1$  או  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ .

פתרונות המשוואה בתחום  $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$  הם  $\alpha_1 = 30^\circ$ ,  $\alpha_2 = 150^\circ$ .  
 כלומר:  $z_1 = \text{cis} 30^\circ$ ,  $z_2 = \text{cis} 150^\circ$ .  
 (ב) מכיוון שהמשולש שווה-צלעות, הרי שהזוויות  
 המרכזיות הנשענות על צלעותיו שוות  
 ל-  $\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$  כל אחת.



לכן הקדקוד השלישי מיוצג על-ידי:  
 $\text{cis}(150^\circ + 120^\circ) = \text{cis} 270^\circ = -i$   
 כלומר  $z_3 = -i$ .

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 2x \\ 6x^3 + 13x^2 + 6x + b + 3 \Big| 2x + 3 \\ \underline{-6x^3 + 9x^2} \\ 4x^2 + 6x + b + 3 \\ \underline{-4x^2 + 6x} \\ b + 3 \end{array}$$



$$\int_0^2 f(x) dx = 12 + 2 \ln \frac{7}{3}$$

$$\int_0^2 \left( 3x^2 + 2x + \frac{b+3}{2x+3} \right) dx = 12 + 2 \ln \frac{7}{3}$$

$$\left( x^3 + x^2 + \frac{b+3}{2} \cdot \ln |2x+3| \right) \Big|_0^2 = 12 + 2 \ln \frac{7}{3}$$

$$8 + 4 + \frac{b+3}{2} \ln 7 - \left( 0 + 0 + \frac{b+3}{2} \ln 3 \right) = 12 + 2 \ln \frac{7}{3}$$

$$12 + \frac{b+3}{2} \ln \frac{7}{3} = 12 + 2 \ln \frac{7}{3} \Rightarrow \frac{b+3}{2} = 2 \Rightarrow b = 1$$

(ב) פתרון לסעיף זה יעלה בימים הקרובים.

$$(5) \text{ א) } f(x) = (1 - e^x)^2$$

תחום הגדרה: כל  $x$ .

שיעורי נקודות חיתוך עם ציר ה- $y$ :

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = (1 - 1)^2 = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

שיעורי נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$ :

$$f(x) = 0 \Rightarrow (1 - e^x)^2 = 0 \Rightarrow 1 = e^x \Rightarrow x = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

$$f'(x) = -2 \cdot (1 - e^x) \cdot e^x \quad \text{נקודות קיצון:}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -2 \cdot (1 - e^x) \cdot e^x = 0$$

$$1 - e^x = 0 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow x = 0 \quad \text{לכן, לכל } x, -2e^x < 0$$

x	$x < 0$	$x = 0$	$x > 0$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	min	↗

$$f'(-1) = (-) \cdot (1 - e^{-1}) < 0$$

$$f'(1) = (-) \cdot (1 - e) > 0$$

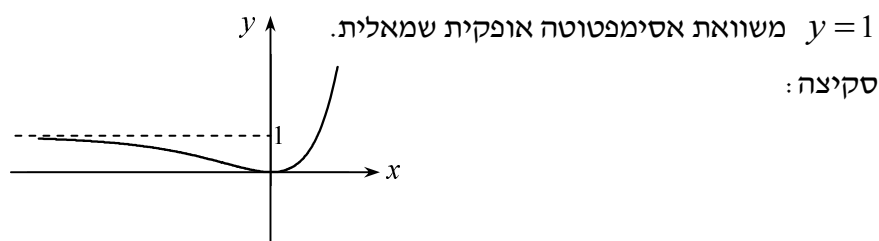
כלומר:  $\min(0, 0)$ .

תחום עלייה:  $x > 0$ , תחום ירידה:  $x < 0$ .

אין אסימפטוטות אנכיות כי תחום ההגדרה הוא כל  $x$ .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - e^x)^2 = (1 - \infty)^2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - e^x)^2 = (1 - 0)^2 = 1^-$$



המשך בעמוד הבא <<<

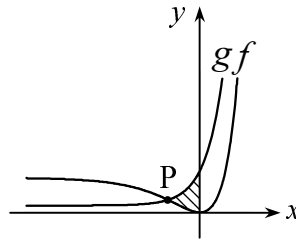
$$f(x) = g(x) \Rightarrow (1 - e^x)^2 = e^{2x} \quad (\text{ב})$$

$$1 - 2e^x + e^{2x} = e^{2x} \Rightarrow e^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \ln \frac{1}{2} = -\ln 2$$

$$y = e^{2 \cdot (-\ln 2)} = \frac{1}{4} \Rightarrow P\left(\ln \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} = 0^+ \quad (\text{ג})$$

$$x = 0 \Rightarrow g(x) = e^0 = 1$$



$$S = \int_{x_p}^0 [g(x) - f(x)] dx = \int_{-\ln 2}^0 [e^{2x} - (1 - 2e^x + e^{2x})] dx = \quad (\text{ד})$$

$$= \int_{-\ln 2}^0 (2e^x - 1) dx = (2e^x - x) \Big|_{-\ln 2}^0 =$$

$$= 2 \cdot e^0 - 0 - \left( 2e^{-\ln 2} - \ln \frac{1}{2} \right) = 2 - 2 \cdot \frac{1}{2} + \ln \frac{1}{2} =$$

$$= \left( 1 + \ln \frac{1}{2} \right) = (1 - \ln 2) \approx \text{יחידות שטח } 0.3069$$

**גבי יקואל**

**מ ש ב צ ת**

**[www.mishbetzet.co.il](http://www.mishbetzet.co.il)**

**טלפון: 04-8200929**

**ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה**

**לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות**