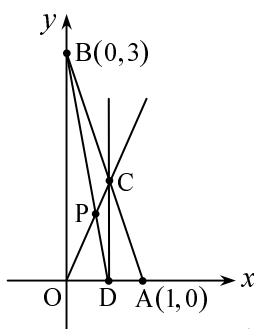


פתרון מבחן מס' 1 (ספר לימוד – שאלון 035807)



$$, m_{AB} = \frac{3-0}{0-1} = -3 \quad (1)$$

לכן משוואת AB היא: $y = -3x + 3$.

נסמן: $x_D = a$, ואז: $x_C = x_D = a$,

ומכאן: $y_C = 3 - 3a$.

משוואת OC: $y = \frac{3-3a}{a}x$.

לכן משוואת BD: $y = -\frac{3}{a}x + 3$, $m_{BD} = \frac{3-0}{0-a} = -\frac{3}{a}$.

$$\begin{cases} y = \frac{3-3a}{a}x \\ y = -\frac{3}{a}x + 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{3-3a}{a}x = 3 - \frac{3}{a}x \quad / \cdot \frac{a}{3} : P \text{ נמצא את שיעורי הנקודה}$$

$$x - ax = a - x \Rightarrow x(2-a) = a \Rightarrow x_p = \frac{a}{2-a}$$

$$y_p = 3 - \frac{3}{a} \cdot \frac{a}{2-a} = 3 - \frac{3}{2-a}$$

$$\begin{cases} x_p = \frac{a}{2-a} \\ y_p = 3 - \frac{3}{2-a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_p - ax_p = a \\ 2y_p - y_p a = 6 - 3a - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2x}{x+1} \\ a = \frac{2y-3}{y-3} \end{cases}$$

$$\frac{2x}{x+1} = \frac{2y-3}{y-3} \Rightarrow 2xy - 3x + 2y - 3 = 2xy - 6x$$

$$2y = -3x + 3 \Rightarrow y = -1.5x + 1.5$$

$$z=0 \Rightarrow \begin{cases} x-y=2 \\ x+y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow A(1, -1, 0) \quad (2) \text{ (א) למשל:}$$

$$y=0 \Rightarrow \begin{cases} x+z=2 \\ x-z=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow B(1, 0, 1)$$

המשך בעמוד הבא <<<

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (0, 1, 1) \quad (ב)$$

$$C(0, k, 0) \Rightarrow \overrightarrow{AC} = C - A = (-1, k+1, 0)$$

נמצא שיעורי וקטור נורמל למישור π_3 .

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad : \text{על-ידי } \pi_3 \text{ משוואת המישור}$$

$$(a, b, c) \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Rightarrow B + C = 0 \quad \text{ואז מתקיים:}$$

$$(a, b, c) \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow -A + B \cdot (k+1) = 0$$

$$A = r \cdot (k+1), \quad C = -r \quad \text{נסמן: } B = r \text{ ונקבל:}$$

$$(k+1) \cdot x + y - z + D = 0 \quad : \pi_3 \text{ מישור שמשוואת המישור}$$

לכן הוקטור: $\underline{h}_3 = (k+1, 1, -1)$ נורמל למישור π_3 .

$$\cos \alpha = \frac{\underline{h}_1 \cdot \underline{h}_3}{|\underline{h}_1| \cdot |\underline{h}_3|} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{|(1, -1, 1) \cdot (k+1, 1, -1)|}{\sqrt{1+1+1} \cdot \sqrt{(k+1)^2 + 1 + 1}}$$

$$\sqrt{3 \cdot (k^2 + 2k + 3)} = 3 \cdot |k+1-1-1|$$

$$3 \cdot (k^2 + 2k + 3) = 9 \cdot (k^2 - 2k + 1) \Rightarrow 6k^2 - 24k = 0$$

$$6k \cdot (k-4) = 0 \Rightarrow k_1 = 0 \text{ או } k_2 = 4$$

$$\frac{a_6}{a_3} = q^3 = \frac{3+4i}{-4+3i} \quad (3) \quad (א)$$

$$q^3 = \frac{3+4i}{-4+3i} \cdot \frac{-4-3i}{-4-3i} = \frac{-12-9i-16i+12}{25} = -i = \text{cis } 270^\circ$$

$$a_{16} = a_4 \cdot q^{12} = a_4 \cdot (q^3)^4 = a_4 \cdot (-i)^4 = a_4 \cdot 1 = a_4$$

המשך בעמוד הבא <<<

$$q^3 = \text{cis } 270^\circ \Rightarrow q = \sqrt[3]{\text{cis } 270^\circ} = \text{cis } \frac{270^\circ + 360^\circ k}{3} \quad (\text{ב})$$

$$q = \text{cis}(90^\circ + 120^\circ k), \quad k = 0, 1, 2$$

$$k = 0 \Rightarrow q_1 = \text{cis } 90^\circ = i$$

$$k = 1 \Rightarrow q_2 = \text{cis } 210^\circ = \cos 210^\circ + i \sin 210^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$k = 2 \Rightarrow q_3 = \text{cis } 330^\circ = \cos 330^\circ + i \sin 330^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$a_1 = \frac{a_3}{q^2} = \frac{-4 + 3i}{(\text{cis } 270^\circ)^{\frac{2}{3}}} = \frac{5 \text{cis } \theta_1}{\text{cis } \frac{540^\circ + 360^\circ p}{3}} \quad (\text{ג})$$

$$\tan \theta_1 = -\frac{3}{4} \Rightarrow \theta_1 = -36.87^\circ \text{ או } \theta_1 = 143.13^\circ$$

$$\theta_1 > 90^\circ \Rightarrow \theta_1 = 143.13^\circ$$

$$a_1 = 5 \text{cis}(\theta_1 - 180^\circ - 120^\circ p), \quad p = 0, 1, 2$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} =$$

$$= 5 \text{cis}(\theta_1 - 180^\circ - 120^\circ p) \cdot \text{cis}[(90^\circ + 120^\circ k) \cdot (n-1)] =$$

$$= 5 \text{cis}[\theta_1 - 180^\circ - 120^\circ p + (90^\circ + 120^\circ k) \cdot (n-1)] =$$

$$= 5 \text{cis } \theta_2$$

כלומר כל ערכי a_n נמצאים על מעגל קנוני שרדיוסו 5.

(4) פתרון לשאלה זו יעלה בימים הקרובים.

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-ae^{-ax}(x^2 + 1) - 2x \cdot e^{-ax}}{(x^2 + 1)^2} = 0 \quad (5) \quad (א)$$

$$-e^{-ax}(ax^2 + a + 2x) = 0$$

$$ax^2 + a + 2x = 0 \Rightarrow ax^2 + 2x + a = 0 \quad \text{לכן, } x \text{ לכל } e^{-ax} \neq 0$$

נתון כי הנגזרת מתאפסת בנקודה אחת בלבד, לכן $\Delta = 0$, כלומר:

$$4 - 4a^2 = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1, a > 0 \Rightarrow a = 1$$

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2 + 1}, \quad f'(x) = \frac{-e^{-x}(x+1)^2}{(x^2 + 1)^2}$$

(ב) שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y :

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{1}{0+1} = 1 \Rightarrow (0, 1)$$

שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x :

$$y = 0 \Rightarrow 0 = \frac{e^{-x}}{x^2 + 1} \Rightarrow \phi$$

כלומר אין נקודות חיתוך בין גרף הפונקציה וציר ה- x .

(ג) (i) הפונקציה $f(x)$ עולה כאשר $f'(x) > 0$,

כלומר אין תחומים כאלה.

הפונקציה $f(x)$ יורדת כאשר $f'(x) < 0$,

כלומר לכל x .

(ii) הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מעלה $\cup$ כאשר $f''(x) > 0$,

כלומר כאשר $f'(x)$ עולה, כלומר בתחומים: $x < c$, $x > b$.

הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מטה $\cap$ כאשר $f''(x) < 0$,

כלומר כאשר $f'(x)$ יורדת, כלומר בתחום: $c < x < b$.

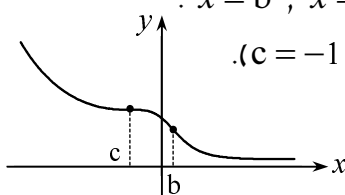
לפונקציה $f(x)$ יש נקודות פיתול כאשר $f'''(x) = 0$

ומשנה את סימנה, כלומר כאשר לפונקציה $f'(x)$

יש נקודות קיצון, כלומר בנקודות: $x = b$, $x = c$.

(הערה: לפי סעיף (א), אפשר לדעת כי $c = -1$).

(ד) ראו סרטוט משמאל.



גבי יקואל

משוב צת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

♦ לכל הכיתות ♦ לכל השאלונים ♦ לכל הרמות