פתרון מבחן מס' 19 (ספר לימוד – שאלון 035806)

(1) (א) נסמן ב- x קמ"ש את מהירותו של הולך הרגל שיצא מ- A ל- B ,

ב- y קמ"ש את מהירותו של הולך הרגל שיצא מ- B ל- A

וב- S ק"מ את המרחק בין A ל- B .

ב- 20 דקות, הולך הרגל שיצא מנקודה A עובר $\frac{x}{3}$ ק"מ, לכן ביום

הראשון שני הולכי הרגל נפגשו $\frac{S-\frac{x}{3}}{x+y}$ שעות לאחר יציאת הולך הרגל

שיצא מנקודה B . בזמן זה הולך הרגל שיצא מ- B עבר $\frac{S-\frac{x}{3}}{x+y}\cdot y$ ק"מ,

המהווים 25% מהדרך שבין A ל- B , לכן: $\frac{S-\frac{x}{3}}{x+y}\cdot y=\frac{S}{4}\quad(*)$

ביום האחר שני הולכי הרגל נפגשו כעבור $\frac{S-\frac{y}{3}}{x+y}$ שעות מזמן יציאת הולך

הרגל מ- A ל- B . בזמן זה הולך הרגל שיצא מ- A עבר $\frac{S-\frac{y}{3}}{x+y}\cdot x$ ק"מ,

והגיע לאמצע הדרך, ולכן: $\frac{S-\frac{y}{3}}{x+y}\cdot x=\frac{S}{2}\quad(**)$

היחס בין המרחקים שקיבלנו ב- $(*)$ ו- $(**)$:

$$\frac{S-\frac{x}{3}}{S-\frac{y}{3}}\cdot\frac{y}{x}=\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ \frac{3S-x}{3S-y}=\frac{x}{2y}$$

$$6Sy-2xy=3Sx-xy\ \Rightarrow\ S(6y-3x)=xy$$

$$S=\frac{xy}{3(2y-x)}\quad(***)$$

נציב את $(***)$ ב- $(*)$ ונקבל: $\frac{\left[\frac{xy}{3(2y-x)}-\frac{x}{3}\right]y}{x+y}=\frac{xy}{12(2y-x)}\quad /:y$

$$\tfrac{1}{3}x\left(\frac{y}{2y-x}-1\right)\cdot12\left(2y-x\right)=x\left(x+y\right)\quad /:x$$

$$4(y-2y+x)=x+y$$

$$4x-4y=x+y\ \Rightarrow\ 3x=5y\ \Rightarrow\ \frac{x}{y}=\frac{5}{3}$$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

(ב) (i) לפי סעיף (א) נסיק כי מהירותו של הולך הרגל שיצא מ- A גדולה ממהירותו של הולך הרגל שיצא מ- B.

הזמן עד לפגישה הוא $\frac{S}{x+y}$.

המרחק שעובר הולך הרגל שיוצא מ- B: $\frac{S}{x+y}\cdot y=\frac{S}{2}-m$

$x=\frac{5}{3}y$

נציב את x במשוואה הראשונה ונקבל: $\frac{S}{\frac{5}{3}y+y}\cdot y=\frac{S}{2}-m$

$\frac{3S}{8}=\frac{S}{2}-m \;\Rightarrow\; \frac{S}{8}=m \;\Rightarrow\; S=8m$ ק״מ

(ii) $T_{A\text{ שני ל- }}=T_{B\text{ ראשון ל- }}$

נסמן ב- V קמ״ש את מהירותו החדשה של הולך הרגל שיוצא מ- B.

$\frac{\frac{S}{2}+m}{V}=\frac{\frac{S}{2}-m}{x} \;\Rightarrow\; \frac{4m+m}{V}=\frac{4m-m}{x}$

$\frac{5m}{V}=\frac{3m}{x} \;\Rightarrow\; \frac{x}{V}=\frac{3}{5}$

(2) (א)

$$\begin{cases}A_1=a\\ A_2=b\\ A_N=c\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}A_1=a\\ A_1+D=b \;\Rightarrow\; D=b-a\\ A_1+D(N-1)=c \;\Rightarrow\; a+(b-a)(N-1)=c\end{cases}$$

$$N-1=\frac{c-a}{b-a} \;\Rightarrow\; N=\frac{c-a}{b-a}=\frac{c-a+b-a}{b-a}=\frac{b+c-2a}{b-a}$$

(ב)

$$S_N=[2A_1+D(N-1)]\cdot\frac{N}{2}=$$

$$=\left[2a+(b-a)\cdot\frac{c-a}{b-a}\right]\cdot\frac{b+c-2a}{2(b-a)}=\frac{(a+c)(b+c-2a)}{2(b-a)}$$

(ג) $a=-56\;,\;b=-53\;,\;c=250$

$D=b-a=-53+56=3$

$$N=\frac{b+c-2a}{b-a}=\frac{-53+250+2\cdot 56}{3}=103$$

המשך בעמוד הבא ⮜⮜⮜

מתוך 103 איברים בסדרה הנתונה, מחקו את האיברים השני, השישי ...

כלומר מחקו את האיברים במקומות: $2 \ , \ 6 \ , \ 10 \ , \ \dots \ , \ k \ , \ k \le 103$

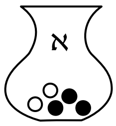
נמצא את ה- k המקסימלי: $k = 2 + 4(n-1) \le 103$

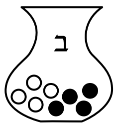
(כאשר n הוא המקום של האיבר המחוק האחרון)

$$4(n-1) \le 101 \quad \Rightarrow \quad n-1 \le 25.25 \quad \Rightarrow \quad n \le 26.25 \quad \Rightarrow \quad n = 26$$

כלומר, מחקו 26 איברים ונשארו 77 איברים $= 103 - 26$.

(3) (א) (*i*)





$$P_{\text{א}}(\text{לבן}) = \frac{2}{5} \ , \ P_{\text{א}}(\text{שחור}) = \frac{3}{5}$$

$$P_{\text{ב}}(\text{לבן}) = \frac{1}{2} \ , \ P_{\text{ב}}(\text{שחור}) = \frac{1}{2}$$

$$P = P_{\text{א}}(\text{שחור}) \cdot \binom{4}{5} \cdot P_{\text{ב}}(\text{שחור}) \cdot \binom{5}{6} =$$

$$= \frac{5!}{4! \cdot 1!}\left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{5}\right) \cdot \frac{6!}{5! \cdot 1!}\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 0.0243$$

(*ii*)

$$P = P_{\text{א}}(\text{לפחות 1 לבן ולפחות 1 שחור}) \cdot P_{\text{ב}}(\text{לפחות 1 לבן ולפחות 1 שחור}) =$$

$$= \left[1 - P_{\text{א}}(\text{שחור}) \cdot \binom{5}{5} - P_{\text{א}}(\text{לבן}) \cdot \binom{5}{5}\right] \cdot$$

$$\cdot \left[1 - P_{\text{ב}}(\text{שחור}) \cdot \binom{6}{6} - P_{\text{ב}}(\text{לבן}) \cdot \binom{6}{6}\right] =$$

$$= \left[1 - \left(\frac{3}{5}\right)^5 - \left(\frac{2}{5}\right)^5\right] \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6 - \left(\frac{1}{2}\right)^6\right] =$$

$$= 0.912 \cdot 0.96875 = 0.8835$$

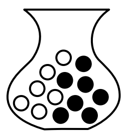
(ב)

$$P(\text{לבן}) = \frac{6}{13} \ , \ P(\text{שחור}) = \frac{7}{13}$$

(*i*)

$$P(\text{שחור})\binom{2}{n} = \frac{n!}{2! \cdot (n-2)!} \cdot \left(\frac{7}{13}\right)^2 \cdot \left(\frac{6}{13}\right)^{n-2} =$$

$$= \frac{n(n-1) \cdot 49 \cdot 6^{n-2}}{2 \cdot 169 \cdot 13^{n-2}} == \frac{49n(n-1)}{338} \cdot \left(\frac{6}{13}\right)^{n-2}$$



המשך בעמוד הבא ⮜⮜⮜

(ii) הכדור השישי הוא שחור ($P(\text{שחור}) = \frac{7}{13}$), אז מתוך חמשת

הכדורים הקודמים צריכים להיות שניים שחורים.

$$P\left(\text{שחור}\right)\left(\tfrac{2}{5}\right)\cdot\frac{7}{13} = \frac{5!}{2!\cdot 3!}\cdot\left(\frac{7}{13}\right)^2\cdot\left(\frac{6}{13}\right)^3\cdot\frac{7}{13} =$$

$$= 10\cdot\left(\frac{42}{169}\right)^3 \approx 0.1535$$

(iii) הכדור השני הוא שחור ($P(\text{שחור}) = \frac{7}{13}$).

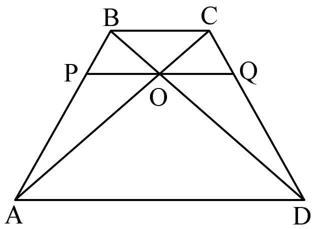
זאת אומרת שכל $(n-1)$ הכדורים האחרים הם לבנים.

$$P = P\left(\text{אחד שחור / שני שחור}\right) = \frac{\left(\frac{6}{13}\right)^{n-1}\cdot\frac{7}{13}}{\frac{n!}{1!(n-1)!}\cdot\left(\frac{6}{13}\right)^{n-1}\cdot\frac{7}{13}} = \frac{1}{n}$$

(4) נתון: $PQ \parallel AD \parallel BC$,

9 ס"מ $= PQ$, $AD = 3\cdot BC$.

נסמן: $BC = a$ ואז $AD = 3a$.



$BC \parallel AD$ (נתון)

$\Downarrow$

$\measuredangle BCO = \measuredangle DAO$ (זוויות מתאימות שוות

$\measuredangle CBO = \measuredangle ADO$ בין ישרים מקבילים)

$\Delta BOC \sim \Delta DOA$ (לפי משפט דמיון ז.ז.)

$\Downarrow$

$\frac{BO}{OD} = \frac{CO}{OA} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{3}$ (במשולשים דומים צלעות מתאימות

מתייחסות באותו יחס)

$\Downarrow$

$\frac{BO}{BD} = \frac{CO}{CA} = \frac{1}{4}$ (חוקי פרופורציה)

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

(א) $PO \parallel AD$

$\Downarrow$

$\measuredangle BOP = \measuredangle BDA$ (זוויות מתאימות שוות

$\measuredangle BPO = \measuredangle BAD$ בין ישרים מקבילים)

$\Delta BPO \sim \Delta BAD$ (לפי משפט דמיון ז.ז.)

$\Downarrow$

$\frac{PO}{AD} = \frac{BO}{BD} = \frac{1}{4}$ (במשולשים דומים צלעות מתאימות מתייחסות באותו יחס)

$AD = 4 \cdot PO \quad (*)$

$OQ \parallel AD$

$\Downarrow$

$\measuredangle COQ = \measuredangle CAD$ (זוויות מתאימות שוות

$\measuredangle CQO = \measuredangle CDA$ בין ישרים מקבילים)

$\Delta COQ \sim \Delta CAD$ (לפי משפט דמיון ז.ז.)

$\Downarrow$

$\frac{QO}{AD} = \frac{CO}{CA} = \frac{1}{4}$ (במשולשים דומים צלעות מתאימות מתייחסות באותו יחס)

$\Downarrow$

$AD = 4 \cdot OQ \quad (**)$

נחבר אגפים מתאימים ב- $(*)$ ו- $(**)$ ונקבל:

$2 \cdot AD = 4(PO + OQ) \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot AD = 4 \cdot PQ$

$2 \cdot AD = 4 \cdot 9 = 36 \quad \Rightarrow \quad AD = 18$ ס"מ

$BC = \frac{1}{3} AD = 6$ ס"מ

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

(ב) $\frac{S_{\Delta BPO}}{S_{\Delta POA}}=\frac{BP}{PA}=\frac{BO}{OD}=\frac{1}{3}$ (שטחי משולשים בעלי אותו גובה מתייחסים כמו יחס הצלעות אליהן יורד הגובה המשותף)

$S_{\Delta POA}=3\cdot S_{\Delta BPO}=3S$

$S_{\Delta ABO}=S+3S=4S$ (השלם שווה לסכום חלקיו)

$\frac{S_{\Delta BOA}}{S_{\Delta OAD}}=\frac{BO}{OD}=\frac{1}{3}$ (שטחי משולשים בעלי אותו גובה מתייחסים כמו יחס הצלעות אליהן יורד הגובה המשותף)

$S_{\Delta OAD}=3\cdot S_{\Delta BOA}=12S$

$S_{\Delta BDA}=S_{\Delta CAD}$ (שני משולשים בעלי צלע משותפת AD והגבהים לצלע זו שווים זה לזה (מרחק בין קווים מקבילים))

$\Downarrow$

$S_{\Delta BDA}-S_{\Delta AOD}=S_{\Delta CAD}-S_{\Delta AOD}$ (חיסור גדלים שווים מגדלים שווים)

$\Downarrow$

$S_{\Delta ABO}=S_{\Delta CDO}=4S$

$\frac{S_{\Delta BOC}}{S_{\Delta BOA}}=\frac{CO}{OA}=\frac{1}{3}$ (שטחי משולשים בעלי אותו גובה מתייחסים כמו יחס הצלעות אליהן יורד הגובה המשותף)

$\Downarrow$

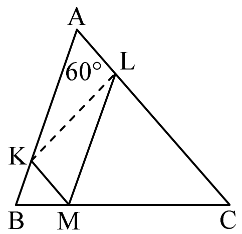
$S_{\Delta BOC}=\frac{4}{3}S$

$S_{ABCD}=S_{\Delta ABO}+S_{\Delta BOC}+S_{\Delta COD}+S_{\Delta AOD}$

$S_{ABCD}=4S+\frac{4}{3}S+4S+12S=21\frac{1}{3}S$

(5) שאלות המשלבות גיאומטריה + טריגונומטריה הורדו מתוכנית הלימודים.

(6)



$AL \parallel KM \ , \ LM \parallel AK$

$\measuredangle BAC = 60°$

$AC = 30$ ס"מ , $AB = 24$ ס"מ

$S_{ALMK} = \frac{3}{8} S_{\Delta ABC}$

צ"ל: $KL = ?$

$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} \cdot \sin\measuredangle A = \frac{24 \cdot 30}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 180\sqrt{3}$ סמ"ר

$S_{ALMK} = \frac{3}{8} \cdot 180\sqrt{3} = 67.5\sqrt{3}$ סמ"ר

נסמן: $AK = y$, $AL = x$, ואז:

$S_{ALMK} = xy \cdot \sin\measuredangle A = \frac{\sqrt{3}}{2}xy$ סמ"ר

$\frac{\sqrt{3}}{2}xy = \frac{135}{2}\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad xy = 135 \quad (*)$

$LM = AK = y \ , \ LC = 30 - x$

$\measuredangle C = \measuredangle C$, $\measuredangle CLM = \measuredangle CAB$, לכן $\Delta CLM \sim \Delta CAB$ לפי משפט

דמיון ז.ז.. מכאן: $\frac{CL}{CA} = \frac{LM}{AB} \quad \Rightarrow \quad \frac{30-x}{30} = \frac{y}{24} \quad / \cdot 120$

$120 - 4x = 5y \quad \Rightarrow \quad y = 24 - \frac{4}{5}x$

לפי הצבה במשוואה $(*)$ נקבל: $24x - \frac{4}{5}x^2 = 135$

$4x^2 - 120x + 675 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{60 \pm 30}{4}$

$x_1 = \frac{45}{2} \quad \Rightarrow \quad y_1 = 6$

$x_2 = \frac{15}{2} \quad \Rightarrow \quad y_2 = 18$

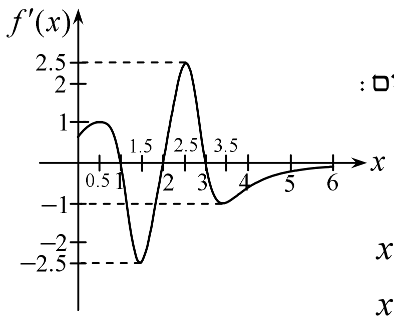
לפי משפט הקוסינוסים ב- ΔAKL :

$KL^2 = AK^2 + AL^2 - 2 \cdot AK \cdot AL \cos\measuredangle A = y^2 + x^2 - 2xy \cdot \cos 60°$

נציב x_1 ו- y_1 ונקבל: $KL = \sqrt{\frac{2,025}{4} + 36 - 135} = \sqrt{\frac{1,629}{4}} = \frac{3\sqrt{181}}{2}$ ס"מ

נציב x_2 ו- y_2 ונקבל: $KL = \sqrt{\frac{225}{4} + 324 - 135} = \sqrt{\frac{981}{4}} = \frac{3\sqrt{109}}{2}$ ס"מ

(7) $0 \le x \le 6$.



(א) בנקודת קיצון של הפונקציה $f(x)$ מתקיים:

$f'(x)=0$ ומחליפה את סימנה.

נקודות הקיצון:

$x_{\max}=1$, $x_{\min}=2$, $x_{\max}=3$

נקודות הקצה: $x_{\min}=0$, $x_{\min}=6$

(ב) הפונקציה $f(x)$ עולה כאשר $f'(x)>0$: $0 \le x < 1$, $2 < x < 3$

הפונקציה $f(x)$ יורדת כאשר $f'(x)<0$: $1 < x < 2$, $3 < x \le 6$

(ג) בנקודות הפיתול של הפונקציה $f(x)$ מתקיים: $f''(x)=0$,

כלומר אילו נקודות הקיצון של הפונקציה $f'(x)$:

$x=0.5$, $x=1.5$, $x=2.5$, $x=3.5$

(ד) פונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מעלה ($\cup$)

כאשר $f''(x)>0 \Leftarrow f'(x)$ עולה, כלומר בתחומים:

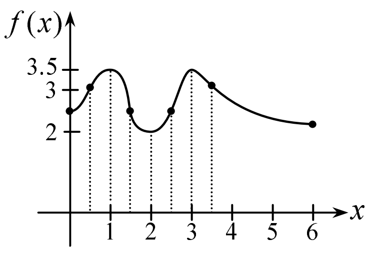
$0<x<0.5$, $1.5<x<2.5$, $3.5<x<6$

פונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מטה ($\cap$)

כאשר $f''(x)<0 \Leftarrow f'(x)$ יורדת, כלומר בתחומים:

$0.5<x<1.5$, $2.5<x<3.5$

(ה) ראו סקיצה משמאל.



(ו) שיפוע גרף הפונקציה שווה לערך

הנגזרת של הפונקציה.

(i) השיפוע מקסימלי בנקודה $(2.5,2.5)$ וערכו $\mathrm{m}=2.5$.

(ii) השיפוע מינימלי בנקודה $(1.5,2.5)$ וערכו $\mathrm{m}=-2.5$.

המשך בעמוד הבא >>>

(ז)

$$y - f(3.5) = f'(3.5)\cdot(x-3.5)$$
$$y - 3 = -1\cdot(x-3.5)$$
$$y = -x + 6.5$$

(ח) (i) הטענה נכונה.

נתון כי $f(1) = f(3)$.

אם מדובר על נקודות מקסימום מוחלט אז שיעורי ה- y של נקודות אלה שווים זה לזה, ולכן הישר המחבר נקודות אלה מקביל לציר ה- x .

(ii) הטענה אינה נכונה.

$$f'(4) < 0 \ , \ f(4) > 0 \quad \Rightarrow \quad f'(4)\cdot f(4) < 0$$

(iii)

$$\int_{1.5}^{2} f''(x)\,dx = f'(x)\Big|_{1.5}^{2} = f'(2) - f'(1.5) =$$
$$= 0 - (-2.5) = 2.5$$

$$\int_{1.5}^{2} f'(x)\,dx = f(x)\Big|_{1.5}^{2} = f(2) - f(1.5) =$$
$$= f(2) - 2.5 \le 3.5 - 2.5 = 1$$

לכן, הטענה אינה נכונה.

(iv) לפי סעיף (ו) השיפוע המקסימלי הוא 2.5 , אז הטענה: $m \le 2.5$, היא טענה נכונה.

(8) הפונקציות הנתונות: $f(x)=\frac{6}{\sqrt{x+4}}$, $g(x)=\frac{12}{\sqrt{x^2+4}}$, $h(x)=\frac{6x}{\sqrt{x^2+4}}$.

תחום ההגדרה של $f(x)$: $x>-4$.

תחום ההגדרה של שתי הפונקציות האחרות: כל x .

הגרפים I , II , III מתארים את הפונקציות: $h(x)$, $f(x)$ ו- $g(x)$

בהתאמה (ניתן לדעת זאת לפי נקודת החיתוך של כל אחת מהן עם ציר ה- y).

(א) $\text{B} \Rightarrow h(x)=g(x)$

$$\frac{6x}{\sqrt{x^2+4}}=\frac{12}{\sqrt{x^2+4}} \Rightarrow 6x=12 \Rightarrow x_{\text{B}}=2$$

$\text{C} \Rightarrow f(x)=g(x)$

$$\frac{6}{\sqrt{x+4}}=\frac{12}{\sqrt{x^2+4}} \Rightarrow \sqrt{x^2+4}=2\sqrt{x+4} \quad /\,(\ )^2$$

$$x^2+4=4x+16 \Rightarrow x^2-4x-12=0$$

$$x_{1,2}=\frac{4\pm 8}{2} \Rightarrow x_1=6\ ,\ x_2=-2$$

לפי הסרטוט נקבל: $x_{\text{C}}=6$.

$\text{A} \Rightarrow h(x)=f(x)$

נראה ש- $x=1$ הוא פתרון של המשוואה.

$$h(1)=\frac{6}{\sqrt{1+4}}=\frac{6}{\sqrt{5}}$$

$$f(1)=\frac{6}{\sqrt{1+4}}=\frac{6}{\sqrt{5}}$$

לכן $x_{\text{A}}=1$.

(ב)

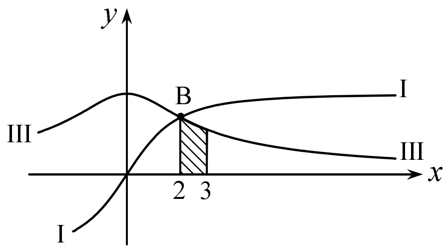
$$S=\int_0^1\left[f(x)-h(x)\right]dx=\int_0^1\left(\frac{6}{\sqrt{x+4}}-\frac{6x}{\sqrt{x^2+4}}\right)dx=$$

$$=\left(12\sqrt{x+4}-6\sqrt{x^2+4}\right)\Big|_0^1=12\sqrt{5}-6\sqrt{5}-12\sqrt{4}+6\sqrt{4}=$$

$= 6\sqrt{5}-12$ יחידות שטח

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

ג)

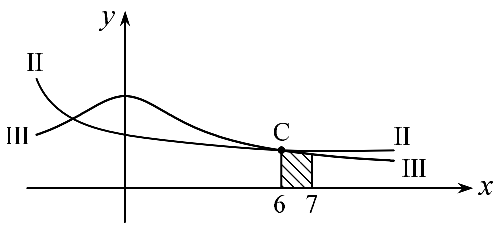


$S_{\text{מקווקו}} < S_{\text{I מתחת לגרף}}$

$$S_{\text{מקווקו}} < \int_2^3 \frac{6x}{\sqrt{x^2+4}}\,dx = 6\sqrt{x^2+4}\Big|_2^3 = 6\left(\sqrt{13}-\sqrt{8}\right)$$

$S_{\text{מקווקו}} < 6\sqrt{13} - 6\cdot 2\sqrt{2} =$ יחידות שטח $\left(6\sqrt{13} - 12\sqrt{2}\right)$

ד)



$S_{\text{מקווקו}} < S_{\text{II מתחת לגרף}}$

$$S_{\text{מקווקו}} < \int_6^7 \frac{6}{\sqrt{x+4}}\,dx = 12\sqrt{x+4}\Big|_6^7 = 12\left(\sqrt{11}-\sqrt{10}\right)$$

$S_{\text{מקווקו}} <$ יחידות שטח $\left(12\sqrt{11} - 12\sqrt{10}\right)$

(9)

$$f'''(x) = 4\cos 2x + 2\sin x$$

$$\left[f'\left(\tfrac{\pi}{6}\right)\right]' = 0 \quad \Rightarrow \quad f''\left(\tfrac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$f'\left(\tfrac{\pi}{6}\right) = -\tfrac{1}{2}$$

(א)

$$f''(x) = \int f'''(x)\, dx = \int (4\cos 2x + 2\sin x) =$$

$$= 2\sin 2x - 2\cos x + c_1$$

$$f'(x) = \int f''(x)\, dx = \int (2\sin 2x - 2\cos x + c_1)\, dx =$$

$$= -\cos 2x - 2\sin x + c_1 x + c_2$$

לפי הנתון:

$$2\sin\tfrac{\pi}{3} - 2\cos\tfrac{\pi}{6} + c_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{3} - \sqrt{3} + c_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad c_1 = 0$$

$$-\cos\tfrac{\pi}{3} - 2\sin\tfrac{\pi}{6} + c_1 \cdot \tfrac{\pi}{6} + c_2 = -\tfrac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad -\tfrac{1}{2} - 1 + 0 + c_2 = -\tfrac{1}{2}$$

$$c_2 = 1 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -\cos 2x - 2\sin x + 1$$

(ב) $0 \le x \le \pi$

$$f'(0) = -1 - 0 + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad (0,0)$$

$$f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \cos 2x - 2\sin x = 0$$

$$2\sin^2 x - 2\sin x = 0 \quad \Rightarrow \quad 2\sin x(\sin x - 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \ , \ \sin x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = \pi n \ , \ x = \tfrac{\pi}{2} + \pi k \ , \ n,k \in z$$

בתחום הנתון: $x = 0 \ , \ \tfrac{\pi}{2} \ , \ \pi$

$$(0,0) \ , \ (\pi,0) \ , \ \left(\tfrac{\pi}{2},0\right)$$

(ג) בשיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, $f'(x) = 0$.

x	$x = 0$	$0 < x < \frac{\pi}{2}$	$x = \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} < x < \pi$	$x = \pi$
$f'(x)$	0	−	0	−	0
$f(x)$	max	↘	פיתול	↘	min

>>> המשך בעמוד הבא

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\cos\frac{\pi}{2} - 2\sin\frac{\pi}{4} + 1 < 0$$

$$f'\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\cos\frac{3\pi}{2} - 2\sin\frac{3\pi}{4} + 1 < 0$$

$x = 0 \Leftarrow$ נקודת מקסימום מוחלט,

$x = \pi \Leftarrow$ נקודת מינימום מוחלט,

$x = \frac{\pi}{2} \Leftarrow$ נקודת פיתול.

ד)

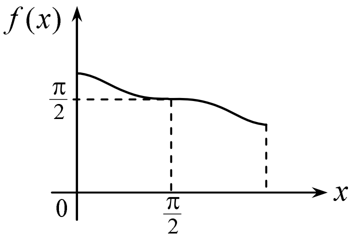
$$f(x) = \int f'(x)\,dx = \int \left(1 - \cos 2x - 2\sin x\right) dx =$$

$$= x - \tfrac{1}{2}\sin 2x + 2\cos x + c_3$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \;\Rightarrow\; \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\sin\pi + 2\cos\frac{\pi}{2} + c_3 = \frac{\pi}{2} \;\Rightarrow\; c_3 = 0$$

$$f(x) = x - \tfrac{1}{2}\sin 2x + 2\cos x$$

ה)



גבי יקואל

משבצת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

◈ לכל הכיתות ◈ לכל השאלונים ◈ לכל הרמות