

פתרון מבחן מס' 20 (ספר לימוד – שאלון 035805)

(1) נרשום את שלושת המספרים המהווים סדרה הנדסית בצורה הבאה:

$$a_1, a_1q, a_1q^2$$

$$\begin{cases} a_1 + a_1q + a_1q^2 = 21.5 \\ a_1 \cdot a_1q \cdot a_1q^2 = 27 \end{cases} \quad \text{נתון:}$$

$$\begin{cases} a_1(1 + q + q^2) = 21.5 \\ a_1^3q^3 = 27 \end{cases} \Rightarrow (a_1q)^3 = 27 \Rightarrow a_1q = 3$$

כלומר האיבר השני הוא 3, ואז ניתן לרשום את שלושת המספרים בצורה הבאה: $3q, 3, \frac{3}{q}$.

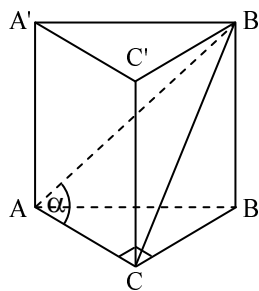
$$2q + \frac{3}{q} + 3 = 21.5 \quad \text{לכן:}$$

$$6 + 6q + 6q^2 = 43q$$

נקבל משוואה ריבועית שפתרונותיה: $q_1 = \frac{1}{6}, q_2 = 6$.

q_2 נפסל כי נתון שהסדרה יורדת, ואז שלושת המספרים הם: $3 \cdot \frac{1}{6}, 3, 18$.

(2) (א) נתון: $\angle ACB = 90^\circ, AB = k, \angle CAB' = \alpha$.



$AC \perp CB$ (נתון), $AC \perp CC'$ (נתון),

לכן AC מאונך למישור $BCC'B'$, כי הוא מאונך לשני ישרים לא מקבילים במישור זה.

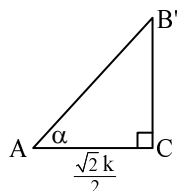
לכן AC מאונך לכל ישר במישור $BCC'B'$, כלומר $\angle ACB' = 90^\circ$.

ב- $\triangle ABC$ נסמן: $AC = BC = a$.

לפי משפט פיתגורס: $k^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$

כלומר: $k = \sqrt{2}a \Rightarrow a = \frac{k}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}k}{2}$

המשך בעמוד הבא <<<

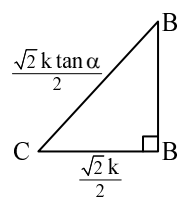


ב- $\Delta ACB'$:

$$\tan \alpha = \frac{B'C}{AC} \Rightarrow B'C = \frac{\sqrt{2}k}{2} \cdot \tan \alpha$$

לפי משפט פיתגורס ב- $\Delta CBB'$:

$$\begin{aligned} BB' &= \sqrt{(B'C)^2 - (BC)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}k \tan \alpha}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}k}{2}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\frac{k^2 \tan^2 \alpha}{2} - \frac{k^2}{2}} = \frac{k}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\tan^2 \alpha - 1} = \\ &= \frac{k}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \frac{k}{\sqrt{2} \cos \alpha} \sqrt{-\cos 2\alpha} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} V &= S_{\Delta ABC} \cdot h = \frac{AC \cdot BC}{2} \cdot BB' = \left(\frac{\sqrt{2}k}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{\sqrt{2} \cos \alpha} \sqrt{-\cos 2\alpha} = \\ &= \frac{k^3 \sqrt{-\cos 2\alpha}}{4\sqrt{2} \cos \alpha} \end{aligned}$$

(ב) נסמן ב- M את שטח המעטפת של המנסרה.

$$\begin{aligned} M &= (AB + BC + AC) \cdot BB' = \left(k + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}k}{2}\right) \cdot \frac{k}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\tan^2 \alpha - 1} = \\ &= k^2 \cdot (1 + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(\tan^2 \alpha - 1)} \end{aligned}$$

נסמן ב- P את שטח הפנים של המנסרה.

$$\begin{aligned} P &= M + 2 \cdot S_{\Delta ABC} = M + 2 \cdot \frac{k^2}{4} = \\ &= k^2 \left[\frac{1}{2} + (1 + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(\tan^2 \alpha - 1)} \right] \end{aligned}$$

$$(5x^2 \ln x + c)' = 10x \ln x + 5x^2 \cdot \frac{1}{x} = 10x \ln x + 5x \quad (3)$$

מכאן נובע (אימות אינטגרלים על-ידי גזירה):

$$\int (10x \ln x + 5x) dx = 5x^2 \ln x + c$$

$$\begin{aligned} \int_1^{e^2} (10x \ln x + 5x) dx &= (5x^2 \ln x) \Big|_1^{e^2} = 5 \cdot (e^2)^2 \ln e^2 - 5 \cdot 1^2 \cdot \ln 1 = \\ &= 5e^4 \cdot 2 - 0 = 10e^4 \end{aligned}$$

$$f(x) = \cos^2 x - 3 \cos x \Rightarrow f'(x) = 2 \cos x \cdot (-\sin x) + 3 \sin x \quad (4)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \sin x \cdot (-2 \cos x + 3) = 0$$

$$\cos x = 1.5 \Rightarrow \text{למשוואה זו אין פתרון}$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

ובתחום הנתון: $x_1 = 0, x_2 = \pi$.

נחשב את ערכי הפונקציה בנקודות שמצאנו ובנקודות קצה תחום ההגדרה:

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \cos^2 0 - 3 \cos 0 = 1 - 3 = -2$$

$$x = \pi \Rightarrow f(\pi) = \cos^2 \pi - 3 \cos \pi = (-1)^2 - 3 \cdot (-1) = 4$$

$$x = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \cos^2 \frac{3\pi}{2} - 3 \cos \frac{3\pi}{2} = 0 - 0 = 0$$

כלומר המקסימום המוחלט של הפונקציה הוא 4

והמינימום המוחלט של הפונקציה הוא -2

(הפונקציה $f(x)$ רציפה בתחום הנתון).

(5) נתון: 1,000 חיידקים $M_0 =$ (הכמות בשעה 9:00 ביום ראשון).

נגדיר יחידת זמן = יממה = 24 שעות, ואז נתון:

$$M_1 = 5,500 \Rightarrow q = \frac{M_1}{M_0} = 5.5$$

נמצא את t שעבורו 1,000,000 חיידקים $M_t =$

$$M_t = M_0 \cdot q^t \Rightarrow 1,000,000 = 1,000 \cdot 5.5^t$$

$$1,000 = 5.5^t \Rightarrow t = \frac{\ln 1,000}{\ln 5.5} = 4.05$$

כלומר מספר החיידקים בתרבית יעלה על מיליון לאחר קצת יותר מארבעה ימים,

כלומר ביום החמישי (אחרי 9:00 בבוקר).

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות