פתרון מבחן מס' 18 (ספר לימוד – שאלון 035805)

20-05-2017

(1) הסדרה החשבונית: $2\ ,\ 2+d\ ,\ 2+2d\ ,\ \dots$

הסדרה ההנדסית: $2\ ,\ 2+d+4\ ,\ 5(2+2d)\ ,\ \dots$

לפי התכונה של הסדרה ההנדסית, נקבל: $(6+d)^2 = 2\cdot 5\cdot (2+2d)$

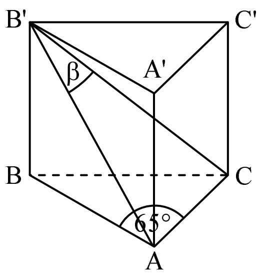
$$36+12d+d^2 = 20+20d$$

$$d^2-8d+16=0 \quad \Rightarrow \quad (d-4)^2=0 \quad \Rightarrow \quad d=4$$

ואז שלושת האיברים הראשונים:

בסדרה החשבונית: $2\ ,\ 6\ ,\ 10$

בסדרה ההנדסית: $2\ ,\ 10\ ,\ 50$.



(2) נתון: $\measuredangle BAC = 65^\circ\ ,\ AC = k\ ,\ \measuredangle ACB = 90^\circ$.

$AC \perp BC$ (נתון) וגם $AC \perp CC'$,

לכן AC מאונך למישור $BCC'B'$

(כי AC מאונך לשני ישרים לא מקבילים במישור זה).

לכן AC מאונך לכל ישר במישור $BCC'B'$ ובפרט $AC \perp CB'$.

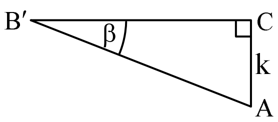
זאת אומרת ש- $B'C$ הוא ההיטל של AB' על המישור $BCC'B'$

והזווית β היא $\measuredangle AB'C$.

ב- ΔABC: $\tan 65^\circ = \frac{BC}{k} \quad \Rightarrow \quad BC = k\tan 65^\circ$

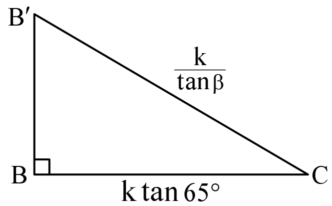
$$S_{\Delta ABC} = \frac{BC\cdot AC}{2} = \frac{k\tan 65^\circ\cdot k}{2} = \frac{k^2\tan 65^\circ}{2}$$

ב- $\Delta ACB'$:



$$\tan\beta = \frac{k}{B'C} \quad \Rightarrow \quad B'C = \frac{k}{\tan\beta}$$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄



ב- $\Delta BB'C$ לפי משפט פיתגורס:

$$(B'C)^2 = (BB')^2 + (BC)^2$$

$$\frac{k^2}{\tan^2\beta} = (BB')^2 + k^2\tan^2 65°$$

$$BB' = k\sqrt{\frac{1}{\tan^2\beta} - \tan^2 65°}$$

$$V = S_{\Delta ABC}\cdot BB' = \frac{k^2\tan 65°}{2}\cdot k\sqrt{\frac{1}{\tan^2\beta} - \tan^2 65°} \approx$$

$$\approx 1.07225k^3\sqrt{\frac{1}{\tan^2\beta} - 4.5989}$$

(3) (א) תחום הגדרה: $x > 0$ (התוכן של ה- $\ln$ חיובי).

(ב) $y = 0 \Rightarrow 0 = x\ln x - (a+1)x$

כלומר: $0 = x(\ln x - a - 1)$

$x = 0$ אינו בתחום ההגדרה, לכן נקבל:

$$\ln x - a - 1 = 0 \Rightarrow \ln x = a + 1 \Rightarrow x = e^{a+1} \Rightarrow \left(e^{a+1}, 0\right)$$

(ג) $y' = 1\cdot\ln x + x\cdot\frac{1}{x} - (a+1) = 0$

$$\ln x + 1 - a - 1 = 0 \Rightarrow \ln x = a \Rightarrow x = e^a$$

כלומר $x = e^a$ הוא שיעור ה- x של הנקודה החשודה לקיצון.

נוכיח על-ידי y'' שהנקודה היא נקודת מינימום:

$$y'' = (\ln x - a)' = \frac{1}{x}$$

$$y''(e^a) = \frac{1}{e^a} > 0 \Rightarrow \min$$

(4) (א) $x = \frac{3\pi}{4} \quad \Rightarrow \quad y = \sqrt{2} \cdot \sin\frac{3\pi}{4} = 1 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{3\pi}{4}, 1\right)$

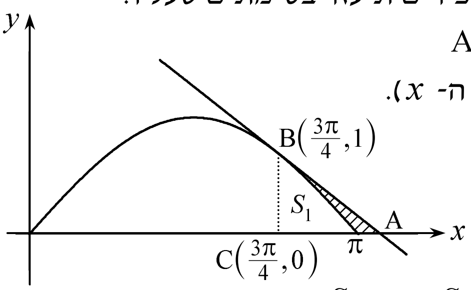
נמצא את שיפוע המשיק: $y' = \sqrt{2}\cos x$

$y'\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cdot \cos\frac{3\pi}{4} = -1$

לכן משוואת המשיק היא:

$y - 1 = -1\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) \quad \Rightarrow \quad y = -x + \frac{3\pi}{4} + 1$

(ב) נסמן את השטח המבוקש במערכת צירים וניעזר בסימונים שעליו.



נמצא את שיעור ה- x של נקודה A

(נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x).

$0 = -x + \frac{3\pi}{4} + 1 \quad \Rightarrow$

$x = \frac{3\pi}{4} + 1$

השטח המבוקש שווה ל- $S_{\text{מבוקש}} = S_{\Delta ABC} - S_1$.

$S_{\Delta ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0.5$

$S_1 = \int_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi} (\sqrt{2}\sin x)\, dx = -\sqrt{2}\cos\Big|_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi} = -\sqrt{2}\cos\pi + \sqrt{2}\cos\frac{3\pi}{4} = \sqrt{2} - 1$

לכן: $S_{\text{מבוקש}} = 0.5 - (\sqrt{2} - 1) = 1.5 - \sqrt{2} \approx 0.0858$ יחידות שטח

(5) נגדיר שיחידת זמן = חודש.

נתון: $M_0 = 4{,}000 \;,\; M_9 = 640{,}000$.

מכאן נקבל: $640{,}000 = 4{,}000 \cdot q^9 \quad \Rightarrow \quad q = \sqrt[9]{160} = 1.757527869$

כמות האצות לאחר 3 שנים ו- 3 חודשים היא M_{39} .

$M_{39} = M_0 \cdot q^{39} = 4{,}000 \cdot 1.757527869^{39} \approx 1.42 \cdot 10^{13}$ ק"ג אצות