

פתרון מבחן מס' 17 (ספר לימוד – שאלון 035805)

20-05-2017

(1) (א) נמצא כמה איברים שליליים יש בסדרה :

$$a_n < 0 \Rightarrow a_1 + (n-1) \cdot d < 0 \Rightarrow -54 + (n-1) \cdot 4 < 0$$

$$-54 + 4n - 4 < 0 \Rightarrow 4n < 58 \Rightarrow n < 14.5$$

כלומר בסדרה יש 14 איברים שליליים.

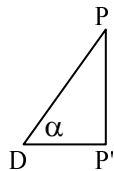
$$S_{14} = [2 \cdot (-54) + (14-1) \cdot 4] \cdot \frac{14}{2} = (-108 + 52) \cdot 7 = -392$$

$$S_k > 0 \Rightarrow [2 \cdot (-54) + (k-1) \cdot 4] \cdot \frac{k}{2} > 0 \quad /: \frac{k}{2} > 0 \quad (ב)$$

$$-108 + 4k - 4 > 0 \Rightarrow 4k > 112 \quad /: 4 \Rightarrow k > 28$$

כלומר יש לחבר לפחות 29 איברים ראשונים בסדרה כדי לקבל סכום חיובי.

(2) (א) נוריד מנקודה P אנך ל-AB, החותך אותו ב-P'.



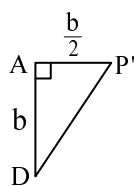
הזווית שבין הקטע PD לבסיס התיבה היא $\angle PDP' = \alpha$.

$$\Delta DPP' : \cos \alpha = \frac{DP'}{DP}$$

כדי להביע את $\cos \alpha$ באמצעות b,

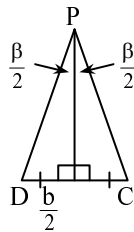
יש להביע את אורכי הקטעים DP' ו-DP

באמצעות b ו- β .



$$DP' = \frac{\sqrt{5}}{2} b \quad \Delta ADP' \text{ ב-פיתגורס}$$

$$\frac{\beta}{2} \Rightarrow \sin \frac{\beta}{2} = \frac{\frac{b}{2}}{PD} \Rightarrow PD = \frac{b}{2 \sin \frac{\beta}{2}}$$



$$\cos \alpha = \frac{DP'}{DP} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2} b}{\frac{b}{2 \sin \frac{\beta}{2}}} = \sqrt{5} \sin \frac{\beta}{2} \quad \text{ואז}$$

המשך בעמוד הבא <<<

(ב) נתון: $\beta = 45^\circ$. מכאן נמצא כי:

$$\cos \alpha = \sqrt{5} \cdot \sin \frac{45^\circ}{2} \Rightarrow \alpha = 31.162^\circ$$

נמצא את גובה התיבה PP' במשולש DPP' .

$$\tan \alpha = \frac{PP'}{DP'} \Rightarrow PP' = \tan 31.162^\circ \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot b = 0.676b$$

$$V = b^2 \cdot 0.676b = 0.676b^3 \quad \text{ואז:}$$

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (2^x \ln 2) dx = \frac{2^x \ln 2}{\ln 2} + c = 2^x + c \quad (3) \quad (\text{א})$$

נתון: $f(1) = 0$, כלומר:

$$0 = 2^1 + c \Rightarrow c = -2 \Rightarrow f(x) = 2^x - 2$$

(ב) מהנתון $f(1) = 0$ נקבל שגרף הפונקציה חותך את ציר ה- x

בנקודה $(1, 0)$, לכן:

$$S = \int_0^1 -f(x) dx = \int_0^1 (-2^x + 2) dx = \left[\frac{-2^x}{\ln 2} + 2x \right]_0^1 =$$

$$= \left(\frac{-2}{\ln 2} + 2 \cdot 1 \right) - \left(\frac{-2^0}{\ln 2} + 2 \cdot 0 \right) = \frac{-2}{\ln 2} + 2 + \frac{1}{\ln 2} = 2 - \frac{1}{\ln 2} =$$

$$= 0.557 \text{ יחידות שטח}$$

$$f'(x) = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \sin \frac{x}{3} \quad (4) \quad (\text{א})$$

בתחום $\pi < x < 2\pi$ מתקיים: $\frac{\pi}{3} < \frac{x}{3} < \frac{2\pi}{3}$

בתחום $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \right]$ ערכי הפונקציה $y = \sin x$ מקיימים: $\frac{\sqrt{3}}{2} \leq y \leq 1$,

$$-0.038675 = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \leq \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \sin \frac{x}{3} \leq \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \cdot 1 = -\frac{1}{12} \quad \text{ואז:}$$

כלומר $f'(x) < 0$ בתחום $\pi < x < 2\pi$,

ולכן $f(x)$ יורדת בתחום זה.

המשך בעמוד הבא <<<

$$x = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{8}, f'\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -\frac{1}{12} \quad (\text{ב})$$

מכאן משוואת המשיק:

$$y - \frac{3\pi}{8} = -\frac{1}{12}\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow y = -\frac{1}{12}x + \frac{1}{2}\pi$$

(5) (א) נתון: $f'(-1) = 0$.

$$f'(x) = \frac{e^{-x^2} \cdot 2x \cdot x^k - e^{-x^2} \cdot k \cdot x^{k-1}}{x^{2k}}$$

$$0 = \frac{e^1 \cdot (-2) \cdot (-1)^k - e^1 \cdot k \cdot (-1)^{k-1}}{(-1)^{2k}}$$

$$0 = -2e(-1)^k - ek(-1)^{k-1}$$

$$0 = (-1)^{k-1}e(-2 \cdot (-1)^1 - k) \Rightarrow 2 - k = 0 \Rightarrow k = 2$$

$$f(x) = \frac{e^{-x^2}}{x^2} \quad (\text{ב})$$

תחום ההגדרה של הפונקציה: $x^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$

$$f'(x) = \frac{e^{-x^2} \cdot 2x \cdot x^2 - e^{-x^2} \cdot 2x}{x^4} = 0 \Rightarrow 2xe^{-x^2}(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \quad (\text{ג})$$

$x = 1$ או $x = -1$ או $x = 0$ אינו בתחום ההגדרה של הפונקציה

כלומר $(1, e)$ ו- $(-1, e)$ הן נקודות "חשודות" לקיצון.

x	$x < -1$	$x = -1$	$-1 < x < 0$	$x = 0$	$0 < x < 1$	$x = 1$	$x > 1$
$f'(x)$	-	0	+	נקודת אי-הגדרה	-	0	+
$f(x)$	↘	min	↗		↘	min	↗

נראה כי $f'(-2) < 0$, $f'(-0.5) > 0$, $f'(0.5) < 0$, $f'(2) > 0$

ומכאן נסיק כי לפונקציה יש שתי נקודות קיצון $(1, e)$ ו- $(-1, e)$

שהן נקודות מינימום.

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות