

**פתרון מבחן מס' 16 (ספר לימוד – שאלון 035805)**

20-05-2017

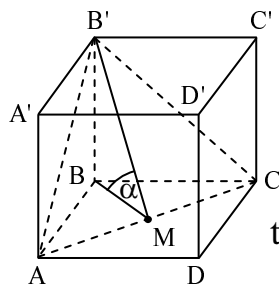
$$\begin{cases} S_{2n} = 4 \cdot S_n \\ a_9 = 68 \end{cases} \quad (1) \text{ נתון:}$$

$$\begin{cases} \frac{2n[2a_1 + (2n-1)d]}{2} = 4 \cdot \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} \\ a_1 + 8d = 68 \end{cases} \quad \text{כלומר:}$$

$$\begin{cases} n(2a_1 + 2nd - d) = 2n(2a_1 + nd - d) \quad / : n \\ a_1 + 8d = 68 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a_1 + \cancel{2nd} - d = 4a_1 + \cancel{2nd} - 2d \\ a_1 + 8d = 68 \end{cases} \quad \text{נקבל:}$$

$$\begin{cases} -2a_1 + d = 0 \\ a_1 + 8d = 68 \end{cases} \Rightarrow a_1 = 4, d = 8$$



(2) (א) נתון:  $AM = MC$ ,  $AB = BC = CD = AD$

$AA' = BB' = CC' = DD' = 12$  ס"מ

$BB' \perp ABCD$  ו-  $BM$  הוא ההיטל של  $B'M$

על  $ABCD$ , לכן:  $\angle B'MB = \alpha$

$$\tan \alpha = \frac{BB'}{BM} \Rightarrow BM = \frac{12}{\tan \alpha} \quad \text{ב-} \triangle BB'M$$

בריבוע  $ABCD$  האלכסונים שווים זה לזה,

חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה. לכן:

$$BD = 2 \cdot BM = \frac{24}{\tan \alpha}$$

$$S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{(BD)^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{24}{\tan \alpha} \right)^2 = \frac{288}{\tan^2 \alpha}$$

$$V = S_{ABCD} \cdot CC' = \frac{288}{\tan^2 \alpha} \cdot 12 = \text{סמ"ק} \frac{3,456}{\tan^2 \alpha}$$

המשך בעמוד הבא <<<

$$V = \text{סמ"ק } 1,152 \Rightarrow 1,152 = \frac{3,456}{\tan^2 \alpha} \Rightarrow \tan^2 \alpha = 3 \quad (\text{ב})$$

$$\tan \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ + 180^\circ \cdot n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\tan \alpha = -\sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 120^\circ + 180^\circ \cdot k, k \in \mathbb{Z}$$

מכיוון ש-  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ , הרי ש-  $\alpha = 60^\circ$ .

(3) (א) תחום הגדרה:  $x > 0$ .

$$f'(x) = 4x - \frac{1}{x} \quad (\text{ב})$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x - \frac{1}{x} = 0 \quad / \cdot x \neq 0$$

$$4x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \ln \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \ln 2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \ln 2\right)$$

$x = -\frac{1}{2}$  אינו שייך לתחום ההגדרה.

$$f''(x) = 4 + \frac{1}{x^2} > 0 \Rightarrow \min\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \ln 2\right)$$

(ג) מצאנו ש-  $y_{\min} = \frac{1}{2} + \ln 2$ , לכן אם  $k < \frac{1}{2} + \ln 2$

(כלומר  $k < 1.193$ ), אז הישר  $y = k$  לא יחתוך

את גרף הפונקציה הנתונה.

$$f(x) = 0 \Rightarrow 3 + \sin 4x = 0 \Rightarrow \sin 4x = -3 \quad (4) \quad (א)$$

מכיוון ש-  $-1 \leq \sin 4x \leq 1$ , הרי שאין פתרון למשוואה

ולכן לגרף הפונקציה אין נקודות חיתוך עם ציר ה-  $x$ .

$$f'(x) = 4 \cos 4x \quad (ב)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4 \cos 4x = 0 \quad /:4 \Rightarrow \cos 4x = 0$$

$$4x = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad /:4 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

בתחום  $0 \leq x \leq \pi$  נקבל:

$$x_1 = \frac{1}{8}\pi \Rightarrow y_1 = 3 + 1 = 4$$

$$x_2 = \frac{3}{8}\pi \Rightarrow y_2 = 3 - 1 = 2$$

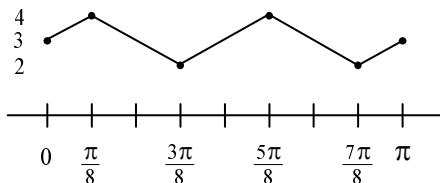
$$x_3 = \frac{5}{8}\pi \Rightarrow y_3 = 3 + 1 = 4$$

$$x_4 = \frac{7}{8}\pi \Rightarrow y_4 = 3 - 1 = 2$$

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = 3 + 0 = 3 \Rightarrow (0, 3) \quad \text{בנקודות הקצה:}$$

$$x = \pi \Rightarrow f(\pi) = 3 + 0 = 3 \Rightarrow (\pi, 3)$$

מכיוון שהפונקציה רציפה, נקבל:



**תשובה:**

נקודות מקסימום:  $(\frac{1}{8}\pi, 4)$ ,  $(\frac{5}{8}\pi, 4)$ .

נקודות מינימום:  $(\frac{3}{8}\pi, 2)$ ,  $(\frac{7}{8}\pi, 2)$ .

נקודות קצה:  $(0, 3)$  מינימום מקומי,  $(\pi, 3)$  מקסימום מקומי.

(5) נמצא את שיעור ה- $x$  של נקודת החיתוך של הגרפים :

$$f(x) = g(x) \Rightarrow 4^x = 4 \cdot 2^x \Rightarrow 2^x(2^x - 4) = 0$$

$$2^x = 0 \Rightarrow \text{אין פתרון כי } 2^x > 0 \text{ לכל } x$$

$$2^x = 4 \Rightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow x = 2$$

$$I = \int_0^2 (4^x - 4 \cdot 2^x) dx = \left( \frac{4^x}{\ln 4} - \frac{4 \cdot 2^x}{\ln 2} \right) \Big|_0^2 = \quad \text{ואז:}$$

$$= \left( \frac{4^2}{\ln 4} - \frac{4 \cdot 2^2}{\ln 2} \right) - \left( \frac{4^0}{\ln 4} - \frac{4 \cdot 2^0}{\ln 2} \right) =$$

$$= \frac{16}{\ln 4} - \frac{16}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 4} + \frac{4}{\ln 2} = \frac{15}{\ln 4} - \frac{12}{\ln 2} =$$

$$= \frac{15}{\ln 2^2} - \frac{12}{\ln 2} = \frac{15}{2 \ln 2} - \frac{12}{\ln 2} = -\frac{9}{2 \ln 2}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = -I = \frac{9}{2 \ln 2} \approx 6.49 \text{ יחידות שטח} \quad I < 0 \text{ לכן:}$$

**גבי יקואל**

**מ ש ב צ ת**

**[www.mishbetzet.co.il](http://www.mishbetzet.co.il)**

**טלפון: 04-8200929**

**ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה**

**לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות**