

פתרון מבחן מס' 13 (ספר לימוד – שאלון 035805)

20-05-2017

$$a_n = 7 \cdot 2^n + T_n + 3 \quad (1) \quad (א)$$

$$T_n = 3 + 6 + 12 + \dots + 3 \cdot 2^{n-1}$$

המחברים של T_n מהווים סדרה הנדסית שבה האיבר הראשון הוא 3 ומנת הסדרה היא 2.

מספר איברי הסדרה הוא n , מכיוון ש: $a_1 = 3 = 3 \cdot 2^{1-1}$,

$$. a_n = 3 \cdot 2^{n-1} \quad \text{והאיבר האחרון} \quad a_2 = 6 = 3 \cdot 2^{2-1}$$

$$T_n = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1} = \frac{3(2^n - 1)}{2 - 1} = 3 \cdot 2^n - 3 \quad \text{לכן:}$$

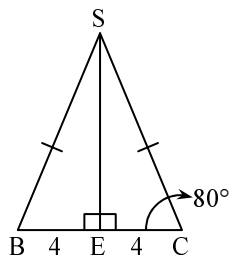
$$a_n = 7 \cdot 2^n + 3 \cdot 2^n - 3 + 3 = 10 \cdot 2^n \quad \text{ואז:}$$

(ב) הסדרה $\{a_n\}$ היא סדרה הנדסית, מכיוון שמתקיים:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{10 \cdot 2^{n+1}}{10 \cdot 2^n} = 2^1 = 2 = \text{קבוע} \Rightarrow q = 2$$

$$a_1 = 10 \cdot 2^1 = 20$$

$$S_n = \frac{20 \cdot (2^n - 1)}{2 - 1} = 20 \cdot (2^n - 1) \quad \text{לכן:}$$



(2) (א) יש למצוא את גובה הפירמידה (נסמנו SO).

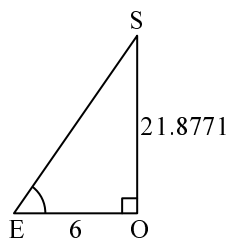
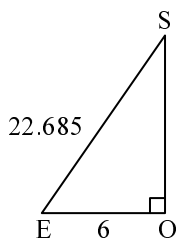
במשולש שווה-שוקיים SBC נוריד מ-S גובה SE לבסיס BC, שהוא גם תיכון לבסיס.

$$\Delta SEC : \tan 80^\circ = \frac{SE}{6} \Rightarrow SE = 22.685 \text{ ס"מ}$$

לפי משפט פיתגורס ב- ΔSOE :

$$22.685^2 = 6^2 + SO^2 \Rightarrow SO = 21.8771 \text{ ס"מ}$$

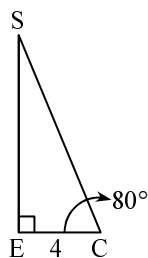
$$V_{\text{פירמידה}} = \frac{12 \cdot 8 \cdot 21.8771}{3} = 700.07 \text{ סמ"ק}$$



(ב) הזווית המבוקשת היא $\angle SEO$.

$$\Delta SOE : \tan \angle SEO = \frac{21.8771}{6} \Rightarrow$$

$$\angle SEO = 74.663^\circ$$

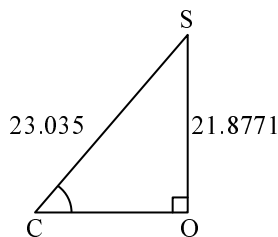


(ג) יש למצוא את אורך המקצוע הצדדי,

למשל את SC במשולש SEC.

נקבל: $SC = 23.035$ ס"מ,

והזווית המבוקשת היא $\angle SCO$.



$$\angle SCO = 71.756^\circ$$

(3) (א) הפונקציה מוגדרת לכל x .

$$y' = 4e^{-\frac{1}{2}x^2} + 4x \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2} \cdot (-x) = \underbrace{4e^{-\frac{1}{2}x^2}}_{\text{תמיד חיובי}} (1 - x^2) = 0 \quad \text{(ב) + (ג)}$$

$$1 - x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -1$$

שיעורי הנקודות החשודות לקיצון:

$$\left(-1, -4e^{-\frac{1}{2}}\right) = \left(-1, -\frac{4}{\sqrt{e}}\right), \left(1, 4e^{-\frac{1}{2}}\right) = \left(1, \frac{4}{\sqrt{e}}\right)$$

למציאת סוג הקיצון, ניעזר בטבלה לקביעת תחומי עלייה / ירידה,

$$\text{ונקבל: } \min\left(-1, -\frac{4}{\sqrt{e}}\right), \max\left(1, \frac{4}{\sqrt{e}}\right)$$

תחום עלייה: $-1 < x < 1$, תחומי ירידה: $x < -1, x > 1$.

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (0, 0) \quad \text{(ד)}$$

$$y = 0 \Rightarrow 0 = 4x \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2} \Rightarrow x = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

כלומר שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים: $(0, 0)$.

(ה) כדי לסרטט סקיצה של גרף הפונקציה,

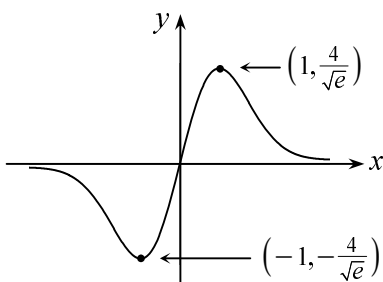
נסמן במערכת צירים את נקודות

הקיצון, את נקודת החיתוך עם הצירים,

ונשים לב שהביטוי $4x \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2}$

חיובי עבור $x > 0$

ושלילי עבור $x < 0$. נקבל:



(4) (א) נתון: $f'(\frac{\pi}{12}) = -6\sqrt{3}$.

$$f'(x) = -4\sin 4x + 2a \cos 2x$$

$$-6\sqrt{3} = -4\sin \frac{\pi}{3} + 2a \cos \frac{\pi}{6}$$

$$-6\sqrt{3} = -4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$-6\sqrt{3} = -2\sqrt{3} + a\sqrt{3} \quad /: \sqrt{3}$$

$$-6 = -2 + a \Rightarrow a = -4$$

(ב) נציב בנגזרת $a = 4$: $f'(x) = -4\sin 4x - 8\cos 2x$

$$-4\sin 4x - 8\cos 2x = 0 \quad \text{נשווה את הנגזרת לאפס ונקבל:}$$

$$-4 \cdot 2\sin 2x \cos 2x - 8\cos 2x = 0$$

$$-8\cos 2x(\sin 2x + 1) = 0$$

$$\cos 2x = 0 \quad \text{או} \quad \sin 2x = -1 \quad \text{נקבל:}$$

פתרונות המשוואות בתחום $0 \leq x \leq \pi$ הן: $x_1 = \frac{\pi}{4}$, $x_2 = \frac{3\pi}{4}$.

נמצא את שיעורי ה- y של נקודות אלו ונוסיף את שיעורי נקודות הקצה,

ונקבל: $(0,1)$, $(\frac{\pi}{4}, -5)$, $(\frac{3\pi}{4}, 3)$, $(\pi, 1)$.

כלומר: מינימום מוחלט: $(\frac{\pi}{4}, -5)$, מקסימום מוחלט: $(\frac{3\pi}{4}, 3)$.

(5) (א) נתון: $M_0 = 50,000$, $M_6 = 80,000$

$$80,000 = 50,000 \cdot q^6 \Rightarrow q = 1.08148 \Rightarrow p = 8.148\%$$

(ב) נקבע את זמן אפס כזמן שבו משך האדם x שייח מתוך ה-80,000 ש"ח.

$$M_0 = 80,000 - x, \quad \text{ונתון: } M_4 = 92,265, \quad \text{כאשר:}$$

$$(p-1)\% = 7.148\% \Rightarrow q = 1.07148$$

$$92,265 = (80,000 - x) \cdot 1.07148^4 \quad \text{כלומר:}$$

$$80,000 - x = \frac{92,265}{1.07148^4}$$

$$80,000 - x = 70,000 \Rightarrow x = 10,000$$

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות