

פתרון מבחן מס' 12 (ספר לימוד – שאלון 035805)

17-05-2017

$$\begin{cases} a_1 + a_5 = 1,968 \\ a_1 = 27a_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_1 \cdot q^4 = 1,968 \\ a_1 = 27a_1 \cdot q^3 \end{cases} \Rightarrow q^3 = \frac{1}{27} \Rightarrow q = \frac{1}{3} \quad (1) \quad (א)$$

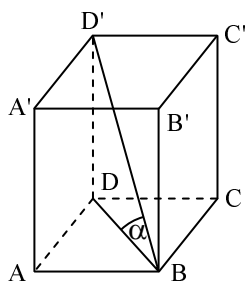
נציב $q = \frac{1}{3}$ במשוואה הראשונה ונקבל: $a_1 = 1,944$, ואז:

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{1,944}{1-\frac{1}{3}} = 2,916$$

(ב) סדרת האיברים במקומות הזוגיים היא: $8, 72, 648, \dots$

סדרה זו היא סדרה הנדסית אין-סופית מתכנסת שבה $q = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$,

$$S = \frac{648}{1-\frac{1}{9}} = 729 \quad \text{לכן:}$$



(2) נתון: $M = 8S_{ABCD}$.

DD' מאונך למישור $ABCD$.

BD הוא ההיטל של BD' על המישור $ABCD$,

לכן הזווית שבין BD' לבין בסיס התיבה

היא $\angle DBD'$ (נסמנה ב- α).

נסמן: $AB = BC = CD = AD = a$ ($a > 0$),

$AA' = BB' = CC' = DD' = h$

$$4ah = 8a^2 \Rightarrow h = \frac{8a^2}{4a} = 2a \quad \text{לפי הנתון:}$$

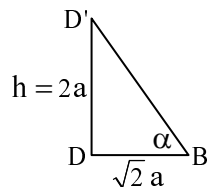
$$BD^2 = AD^2 + AB^2 \quad \text{לפי משפט פיתגורס ב-} \triangle ABD :$$

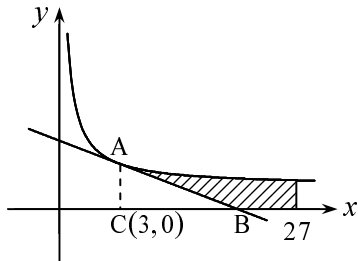
$$BD^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow BD = a\sqrt{2}$$

$$\tan \angle B = \frac{DD'}{BD} \quad \text{ב-} \triangle BDD' :$$

$$\tan \alpha = \frac{2a}{\sqrt{2}a} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

כלומר: $\alpha = 54.736^\circ$.





$$y' = -\frac{3}{x^2} \quad (א) \quad (3)$$

$$m_{\text{משיק}} = y'(3) = -\frac{3}{3^2} = -\frac{1}{3}$$

$$x_A = 3 \Rightarrow y_A = \frac{3}{3} + 2 = 3$$

כלומר: $A(3,3)$

משוואת המשיק:

$$y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 3) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 4$$

(ב) נמצא את שיעור ה- x של נקודה B , נקודת החיתוך של המשיק

עם ציר ה- x :

$$y_B = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{3}x + 4 \Rightarrow \frac{x}{3} = 4 \Rightarrow x = 12 \Rightarrow B(12,0)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AC}{2} = \frac{(12-3) \cdot 3}{2} = 13.5 \text{ יחידות שטח}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = \int_3^{27} \left(\frac{3}{x} + 2\right) dx - 13.5 \quad \text{מכאן נקבל:}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = (3 \ln|x| + 2x) \Big|_3^{27} - 13.5 =$$

$$= (3 \ln 27 + 54) - (3 \ln 3 + 6) - 13.5$$

$$S_{\text{מבוקש}} = 3 \ln 3^3 + 54 - 3 \ln 3 - 6 - 13.5 = 9 \ln 3 - 3 \ln 3 + 34.5 =$$

$$= 6 \ln 3 + 34.5 \approx 41.09 \text{ יחידות שטח}$$

$$y=0 \Rightarrow 0=1-2\sin 2x \Rightarrow \sin 2x=\frac{1}{2} \quad (\text{א}) \quad (4)$$

$$2x=\frac{\pi}{6}+2\pi n \quad \text{או} \quad 2x=\pi-\frac{\pi}{6}+2\pi k$$

$$x=\frac{\pi}{12}+\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad x=\frac{5\pi}{12}+\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{בתחום } -\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{2\pi}{3} \text{ נקבל: } x_1=\frac{\pi}{12}, x_2=\frac{5\pi}{12}$$

$$\text{כלומר נקודות החיתוך עם ציר ה-} x \text{ הן: } \left(\frac{5\pi}{12}, 0\right), \left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$$

$$y'=-4\cos 2x \quad (\text{ב})$$

$$y'=0 \Rightarrow \cos 2x=0 \Rightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+\pi t$$

$$x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi t}{2}, t \in \mathbb{Z}$$

$$x_1=-\frac{\pi}{6} \Rightarrow y_1=1+\sqrt{3} \quad \text{בתחום הנתון (כולל נקודות קצה):}$$

$$x_2=\frac{\pi}{4} \Rightarrow y_2=1-2=-1$$

$$x_3=\frac{2\pi}{3} \Rightarrow y_3=1+\sqrt{3}$$

מכיוון שהפונקציה רציפה, ניתן לקבוע:

$$\text{מקסימום מוחלט: } \left(\frac{2\pi}{3}, 1+\sqrt{3}\right), \left(-\frac{\pi}{6}, 1+\sqrt{3}\right)$$

$$\text{מינימום מוחלט: } \left(\frac{\pi}{4}, -1\right)$$

(ג) לפי נקודות הקיצון, נקבע:

$$\text{תחום עלייה: } \frac{\pi}{4} < x \leq \frac{2\pi}{3}, \text{ תחום ירידה: } -\frac{\pi}{6} \leq x < \frac{\pi}{4}$$

$$x_p = x_A = -1 \quad (5)$$

$$y_p = (0.2)^{-1} = 5 \Rightarrow P(-1, 5)$$

$$S = \int_{-1}^0 [5 - (0.2)^x] dx = \left[5x - \frac{(0.2)^x}{\ln 0.2} \right] \Big|_{-1}^0 =$$

$$= \left(0 - \frac{1}{\ln 0.2} \right) - \left(-5 - \frac{0.2^{-1}}{\ln 0.2} \right) = -\frac{1}{\ln 0.2} + 5 + \frac{5}{\ln 0.2} =$$

$$= 5 + \frac{4}{\ln 0.2} \approx 2.515 \text{ יחידות שטח}$$

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות