

פתרון מבחן מס' 11 (ספר לימוד – שאלון 035805)

17-05-2017

$$a_{26} = a_{13} + 52 \quad (1)$$

$$S_{\text{אחרונים } n} = 7 \cdot S_n$$

n האיברים האחרונים גם מהווים סדרה חשבונית שבה האיבר הראשון הוא a_{3n+1} , והפרשה d (כמו בכל הסדרה של $4n$ האיברים).

$$a_1 + 25d = a_1 + 12d + 52 \quad \text{לפי התנאי הראשון:}$$

$$13d = 52 \Rightarrow d = 4$$

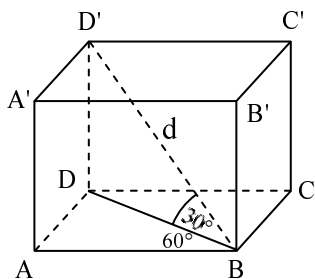
$$S_{\text{אחרונים } n} = \left[2 \cdot a_{3n+1} + d(n-1) \right] \frac{n}{2} \quad \text{סכום } n \text{ האיברים האחרונים:}$$

$$\left[2 \cdot a_{3n+1} + d(n-1) \right] \frac{n}{2} = 7 \left[2a_1 + d(n-1) \right] \frac{n}{2} \quad \text{אז:}$$

$$2 \cdot (a_1 + 3nd) + dn - d = 14a_1 + 7dn - 7d$$

$$2a_1 + 7dn - d = 14a_1 + 7dn - 7d$$

$$12a_1 = 6d = 6 \cdot 4 = 24 \Rightarrow a_1 = 2$$



(2) נתון: $D'B = d$, $\angle ABD = 60^\circ$.

הזווית בין האלכסון $D'B$

לבין בסיס התיבה היא $\angle D'BD$,

כלומר $\angle D'BD = 30^\circ$.

$$\sin 30^\circ = \frac{DD'}{d} \Rightarrow DD' = \frac{d}{2} \quad \text{ב- } \triangle D'BD:$$

$$\cos 30^\circ = \frac{BD}{d} \Rightarrow BD = \text{יחידות אורך} \frac{\sqrt{3}d}{2}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{AD}{BD} \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}d}{2} = \text{יחידות אורך} \frac{3d}{4} \quad \text{ב- } \triangle ABD:$$

$$\cos 60^\circ = \frac{AB}{BD} \Rightarrow AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}d}{2} = \text{יחידות אורך} \frac{\sqrt{3}d}{4}$$

$$V_{\text{תיבה}} = AD \cdot AB \cdot DD' = \frac{3d}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}d}{4} \cdot \frac{d}{2} = \frac{3\sqrt{3}d^3}{32} \approx 0.1624d^3 \quad \text{יחידות נפח}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - 2b \quad (i) \quad (א) \quad (3)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{x} - 2b = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2b} \Rightarrow y = \ln \frac{1}{2b} - 1$$

$$y = 0 \Rightarrow 0 = \ln \frac{1}{2b} - 1 \Rightarrow \ln \frac{1}{2b} = 1 \quad \text{ולכן:}$$

$$\frac{1}{2b} = e \Rightarrow b = \frac{1}{2e}$$

$$f''(x) = -\frac{1}{x^2} \quad (ii)$$

$$f''\left(\frac{1}{2e}\right) < 0 \Rightarrow \max$$

(ב) נמצא את שיעור ה- x של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x :

$$g(x) = 0 \Rightarrow \frac{4}{x} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{4}{x} = 1 \Rightarrow x = 4$$

$$S = \int_3^4 \left(\frac{4}{x} - 1\right) dx - \int_4^8 \left(\frac{4}{x} - 1\right) dx =$$

$$= \left(4 \ln|x| - x\right) \Big|_3^4 - \left(4 \ln|x| - x\right) \Big|_4^8 =$$

$$= 4 \ln 4 - 4 - (4 \ln 3 - 3) - [(4 \ln 8 - 8) - (4 \ln 4 - 4)] =$$

$$= 4 \ln 4 - 4 - 4 \ln 3 + 3 - 4 \ln 8 + 8 + 4 \ln 4 - 4 =$$

$$= 3 + 4 \cdot (2 \ln 4 - \ln 3 - \ln 8) = 3 + 4 \cdot (\ln 16 - \ln 3 - \ln 8) =$$

$$= 3 + 4 \ln \frac{16}{3 \cdot 8} = 3 + 4 \ln \frac{2}{3} \approx 1.378 \text{ יחידות שטח}$$

$$y_B = 0 \Rightarrow 2 \cos 3x = 0 \Rightarrow \cos 3x = 0 \quad (\text{א}) \quad (4)$$

$$3x = \frac{\pi}{2} + \pi n \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

בתחום הנתון נמצאות נקודות ששיעור ה- x שלהן הוא:

$$x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_B, \quad x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x_A$$

כלומר $B\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$.

$$y' = -6 \sin 3x \quad (\text{ב})$$

$$y' = 0 \Rightarrow -6 \sin 3x = 0 \Rightarrow \sin 3x = 0$$

$$3x = \pi k \Rightarrow x = \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$x = 0 \Rightarrow$ מקסימום בקצה בתחום הנתון:

$$x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{מינימום}$$

$$x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \text{מקסימום בקצה}$$

$$y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \cos \pi = -2$$

כלומר $C\left(\frac{\pi}{3}, -2\right)$.

$$I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (2 \cos 3x) dx = \left(\frac{2}{3} \sin 3x\right) \Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{3} \left(\sin \frac{3\pi}{2} - \sin \pi\right) = \quad (\text{ג})$$

$$= \frac{2}{3} \cdot (-1 - 0) = -\frac{2}{3}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = |I| = \left|-\frac{2}{3}\right| = \frac{2}{3} \quad \text{לכן:}$$

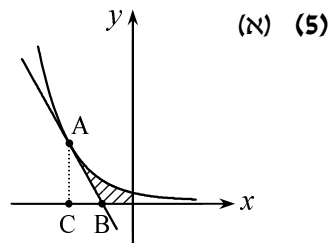
$$f(x) = 2e^{-0.5x}$$

$$x = -4 \Rightarrow f(-4) = 2e^2 \Rightarrow A(-4, 2e^2)$$

$$f'(x) = -e^{-0.5x}$$

$$m_{\text{משיק}} = f'(-4) = -e^2$$

$$y - 2e^2 = -e^2(x + 4) \Rightarrow y = -e^2x - 2e^2 \quad \text{משוואת המשיק:}$$



(ב) נמצא את השטח המבוקש כהפרש בין השטח שמתחת לגרף הפונקציה

ומעל ציר ה- x , בגבולות מ- (-4) ועד 0 , ובין שטח משולש ABC .

$$y_B = 0 \Rightarrow 0 = -e^2x - 2e^2$$

$$e^2(-x - 2) = 0 \Rightarrow x_B = -2$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AC}{2} = \frac{(-2 + 4) \cdot 2e^2}{2} = 2e^2 \text{ יחידות שטח}$$

$$I = \int_{-4}^0 (2e^{-0.5x}) dx = (-4e^{-0.5x}) \Big|_{-4}^0 =$$

$$= -4e^0 + 4e^2 = 4e^2 - 4 \text{ יחידות שטח}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = 4e^2 - 4 - 2e^2 = 2e^2 - 4 \approx 10.778 \text{ יחידות שטח} \quad \text{ולכן:}$$

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות