

**פתרון מבחן מס' 9 (ספר לימוד – שאלון 035805)**

17-05-2017

(1) (א) האיברים העומדים במקומות הזוגיים מהווים סדרה חשבונית

שהאיבר הראשון שלה הוא  $a_2$ , מספר איבריה הוא  $4n$  והפרש הסדרה הוא  $2d$ .

נתון:  $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{8n} = 0$ , לכן:

$$[2a_2 + (4n - 1) \cdot 2d] \cdot \frac{4n}{2} = 0$$

$$(a_1 + d + 4nd - d) \cdot 4n = 0 \Rightarrow a_1 + 4nd = 0$$

$$a_{4n+1} = a_1 + (4n + 1 - 1) \cdot d = a_1 + 4nd = 0 \quad \text{ואז:}$$

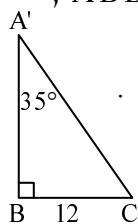
(ב) האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים מהווים סדרה חשבונית

שהאיבר הראשון שלה הוא  $a_1$ , מספר איבריה הוא  $4n$  והפרש הסדרה הוא  $2d$ . מכאן:

$$\begin{aligned} a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{8n-1} &= [2a_1 + (4n - 1) \cdot 2d] \cdot \frac{4n}{2} = \\ &= \underbrace{(a_1 + 4nd - d)}_0 \cdot 4n = -4nd \end{aligned}$$

(2) (א) מכיוון ש-  $BC \perp BB'$  וגם  $BC \perp AB$ , הרי ש-  $BC$  מאונך למישור

הפאה  $BAA'B'$ , כי אם ישר מאונך לשני ישרים שונים, לא מקבילים, במישור, אז הוא מאונך למישור. מכאן  $BC$  מאונך למישור  $A'B'BA$ , ובפרט  $BC \perp A'B$ , כלומר  $\angle A'BC = 90^\circ$ .



(ב) הזווית שבין האלכסון  $A'C$  ובין הפאה  $A'B'BA$  היא  $\angle BA'C$ .

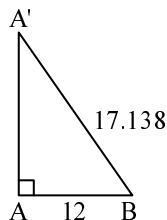
$$\tan 35^\circ = \frac{12}{A'B}$$

$$\text{כלומר: } A'B = \frac{12}{\tan 35^\circ} = 17.138 \text{ ס"מ}$$

(ג) לפי משפט פיתגורס ב-  $\triangle A'AB$

נמצא ש-  $AA' = 12.236$ , ואז:

$$V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{12^2}{2} \cdot 12.236 \approx 881 \text{ סמ"ק}$$



(3) (א) נסמן ב-  $M_0$  את סכום הכסף אותו הפקיד האדם בבנק A ובנק B .

בנק A נתון:  $M_8 = 23,542$  ,  $M_{12} = 31,439.5$  .

$$\begin{cases} 23,542 = M_0 \cdot q^8 \\ 31,439.5 = M_0 \cdot q^{12} \end{cases} \quad \text{כלומר:}$$

נחלק אגפי משוואה תחתונה באגפים המתאימים של המשוואה העליונה ונקבל:

$$\frac{31,439.5}{23,542} = \frac{M_0 \cdot q^{12}}{M_0 \cdot q^8} \Rightarrow 1.335464277 = q^4 \Rightarrow$$

$$q = \sqrt[4]{1.335464277} \Rightarrow q = 1.075$$

כלומר, בבנק A, סכום הכסף גדל כל שנה ב- 7.5% .

(ב) מסעיף (א) ניתן למצוא כי  $M_0 = 13,200$  .

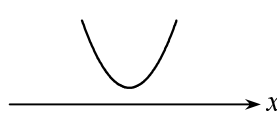
בנק B נתון:  $M_8 = 19,207$  , כלומר:

$$19,207 = 13,200 \cdot q^8 \Rightarrow q = \sqrt[8]{\frac{19,207}{13,200}} = 1.048$$

כלומר, בבנק B, סכום הכסף גדל כל שנה ב- 4.8% .

(4) (א) תחום הגדרה:  $x^2 - 2x + 6 > 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 24 < 0$$

לכן גרף הפונקציה  $y = x^2 - 2x + 6$  נראה כך:  לכן  $x^2 - 2x + 6 > 0$  לכל  $x$  , כלומר תחום ההגדרה של הפונקציה: כל  $x$  .

(ב) נציב  $f(x) = 0$  ונקבל:  $0 = \log_3(x^2 - 2x + 6) - 2$

$$\log_3(x^2 - 2x + 6) = 2 \Rightarrow 3^2 = x^2 - 2x + 6 \Rightarrow$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -1$$

כלומר שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-  $x$  הן:

$$(-1, 0), (3, 0)$$

המשך בעמוד הבא <<<

$$f'(x) = \frac{2x-2}{(x^2-2x+6)\ln 3} = 0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow (1, \log_3 5 - 2) \quad (ג)$$

ניעזר בטבלה לקביעת תחומי עלייה / ירידה:

x	x < 1	x = 1	x > 1	
f'(x)	-	0	+	$f'(0) < 0$
f(x)	↘	min	↗	$f'(2) > 0$

כלומר,  $\min(1, \log_3 5 - 2)$ .

(ד)  $g(x) = f'(x)$ , לכן:  $g(x) > 0$  כאשר  $f'(x) > 0$ ,  
 ו-  $g(x) < 0$  כאשר  $f'(x) < 0$ .  
 ניעזר בסעיף הקודם ונסיק כי:  $g(x) > 0$  כאשר  $x > 1$ ,  
 $g(x) < 0$  כאשר  $x < 1$ .

(ה) מכיוון ש-  $h(x) = -2f(x)$ , הרי ששיעור ה-  $x$  של נקודת הקיצון של  $f(x)$  זהה לשיעור ה-  $x$  של נקודת הקיצון של  $h(x)$ .  
 זאת מכיוון ש-

$$h'(x) = 0 \Rightarrow h'(x) = -2f'(x) = 0 \Rightarrow f'(x) = 0$$

כלומר, שיעורי נקודת הקיצון:

$$[1, -2(\log_3 5 - 2)] = (1, 4 - 2\log_3 5)$$

מכיוון ש-  $h''(x) = -2f''(x)$ , הרי שהסימן של  $h''(x)$  שונה מהסימן של  $f''(x)$ , ולכן נקודת הקיצון של  $h(x)$  היא מקסימום.  
 בסך הכול, נקבל:  $\max(1, 4 - 2\log_3 5)$ .

(5) (א) מכיוון ש-  $-1 \leq \cos x \leq 1$ , הרי ש-  $\cos x + \sqrt{2} > 0$ , ולכן

גרף הפונקציה  $f(x)$  נמצא מעל ציר ה-  $x$  ואינו חותך אותו.

(ב) למציאת שיעורי הנקודה P יש לפתור את המשוואה:

$$\sin x = \cos x + \sqrt{2} \Rightarrow \sin x - \cos x = \sqrt{2} \quad / ( )^2$$

$$\sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = (\sqrt{2})^2$$

$$\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 - \underbrace{2 \sin x \cos x}_{\sin 2x} = 2$$

כלומר:  $1 - \sin 2x = 2$

$$\sin 2x = -1 \Rightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \Rightarrow x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$$

ובתחום  $0 \leq x \leq \pi$  הפתרון של המשוואה הוא:  $x = -\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{3\pi}{4}$

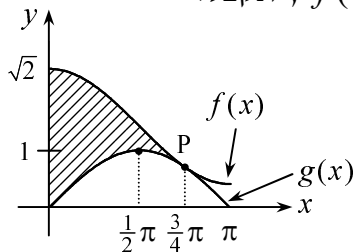
כלומר:  $P\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

**הערה:** מכיוון שהעלנו את אגפי המשוואה הראשונה בריבוע, יש צורך

עדיין לבדוק ש-  $x = \frac{3\pi}{4}$  אכן פתרון של משוואה זו.

(ג) נסרטט סקיצה של כל אחד מהגרפים  $f(x)$  ו-  $g(x)$

בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ , ניעזר בכך ש-  $f(0) = \sqrt{2}$ , ונקבל:



$$S = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} [f(x) - g(x)] dx = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (\cos x + \sqrt{2} - \sin x) dx =$$

$$= [\sin x + \sqrt{2}x + \cos x]_0^{\frac{3\pi}{4}} =$$

$$= \left( \sin \frac{3\pi}{4} + \sqrt{2} \cdot \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} \right) - (\sin 0 + \sqrt{2} \cdot 0 + \cos 0) =$$

$$= \left( \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3 \cdot \sqrt{2} \cdot \pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) - (0 + 0 + 1) = \frac{3}{4} \sqrt{2} \pi - 1 \approx 2.332 \text{ יחידות שטח}$$

**גבי יקואל**

**מ ש ב צ ת**

**[www.mishbetzet.co.il](http://www.mishbetzet.co.il)**

**טלפון: 04-8200929**

**ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה**

**לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות**