

פתרון מבחן מס' 8 (ספר לימוד – שאלון 035805)

17-05-2017

(1) (א) הסדרה החשבונית: $6, 6 + d, 6 + 2d, \dots$

הסדרה ההנדסית: $6, 6q, 6q^2, \dots$ ($q > 1$ כי הסדרה עולה).

$$\begin{cases} 6q + 27 = 6 + d \\ 6q^2 = 6 + 2d \end{cases} \Rightarrow q_1 = 4 \ (q_2 = -2), \ d = 45$$

נתון:

q_2 נפסל כי נתון ש- $q > 1$. לכן, שלושת האיברים הראשונים הם:

בסדרה החשבונית: $6, 51, 96$, בסדרה ההנדסית: $6, 24, 96$

(ב) בסדרה ההנדסית: $q = 4, a_1 = 6$, ומכאן נקבל:

$$S_5^* = \frac{6 \cdot (4^5 - 1)}{4 - 1} = 2,046$$

בסדרה החשבונית: $d = 45, a_1 = 6$, ולכן:

$$S_n = \frac{n[2 \cdot 6 + (n-1) \cdot 45]}{2} = \frac{45n^2 - 33n}{2}$$

$$\frac{45n^2 - 33n}{2} = 2,046 + 495 \Rightarrow n = 11$$

מהנתון נקבל את המשוואה: $n = -10 \frac{4}{15}$ (נפסל כי n הוא מספר טבעי).

(2) נתון: מקצוע הקובייה שווה ל- a .

$$A'P = A'R = A'Q = \frac{2}{3}a$$

$$V_{\text{קובייה}} = a \cdot a \cdot a = a^3 \text{ יחידות נפח}$$

$$V_{\text{QRPA}'} = \frac{1}{3} S_{\Delta A'QR} \cdot h \quad \text{נפח הפירמידה QRPA}'$$

h הוא הגובה של הפירמידה שבסיסה $A'QR$ שיוצא מנקודה P ,

$$V_{\text{QRPA}'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{A'Q \cdot A'R}{2} \cdot A'P = \frac{1}{3} \cdot \frac{\frac{2}{3}a \cdot \frac{2}{3}a}{2} \cdot \frac{2}{3}a \quad \text{כלומר } h = A'P \text{ לכן:}$$

$$V_{\text{QRPA}'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4a^2}{9 \cdot 2} \cdot \frac{2a}{3} = \text{יחידות נפח} \frac{4a^3}{81} \quad \text{כלומר:}$$

$$V = a^3 - \frac{4a^3}{81} = \text{יחידות נפח} \frac{77a^3}{81} \quad \text{ואז הנפח של הגוף המבוקש הוא:}$$

(3) (א) תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \frac{x^3}{\ln x}$:

וגם $\begin{cases} x > 0 \\ \ln x \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \end{cases}$

כלומר: $x > 0, x \neq 1$.

(ב) $f'(x) = \frac{3x^2 \cdot \ln x - x^3 \cdot \frac{1}{x}}{\ln^2 x} = \frac{3x^2 \ln x - x^2}{\ln^2 x} = \frac{x^2(3 \ln x - 1)}{\ln^2 x}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{x^2(3 \ln x - 1)}{\ln^2 x} = 0 \Rightarrow x^2(3 \ln x - 1) = 0$

$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$ לא בתחום ההגדרה

$3 \ln x - 1 = 0 \Rightarrow \ln x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = e^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{e}$

$x = \sqrt[3]{e} \Rightarrow y = \frac{e}{\frac{1}{3}} = 3e$

כלומר $(\sqrt[3]{e}, 3e)$ היא נקודה "חשודה" לקיצון.

x	$0 < x < 1$	$x = 1$	$1 < x < \sqrt[3]{e}$	$x = \sqrt[3]{e}$	$x > \sqrt[3]{e}$
f'(x)	-	נקודת	-	0	+
f(x)	↘	אי-הגדרה	↘	min	↗

$f'(\sqrt[4]{e}) = \frac{\sqrt{e}(3 \cdot \frac{1}{4} - 1)}{+} < 0, f'(\sqrt{e}) = \frac{\sqrt{e}(3 \cdot \frac{1}{2} - 1)}{+} > 0$

$f'(\frac{1}{2}) = \frac{\frac{1}{4}(3 \cdot \ln \frac{1}{2} - 1)}{+} < 0$

לכן: $\min(\sqrt[3]{e}, 3e)$.

(ג) תחום עלייה: $x > \sqrt[3]{e}$.

תחומי ירידה: $0 < x < 1$ או $1 < x < \sqrt[3]{e}$.

$$S_1 = \int_3^k \frac{1}{3x} dx = \left(\frac{1}{3} \ln |x| \right) \Big|_3^k = \frac{1}{3} \ln k - \frac{1}{3} \ln 3 = \quad (\text{א}) \quad (4)$$

$$= \frac{1}{3} (\ln k - \ln 3) = \frac{1}{3} \ln \frac{k}{3}$$

$$S_2 = \int_k^{k^2} \frac{1}{3x} dx = \left(\frac{1}{3} \ln |x| \right) \Big|_k^{k^2} = \frac{1}{3} \ln k^2 - \frac{1}{3} \ln k = \frac{1}{3} \ln \frac{k^2}{k} = \frac{1}{3} \ln k$$

$$S_2 - S_1 = \frac{1}{3} \ln k - \frac{1}{3} \ln \frac{k}{3} = \frac{1}{3} (\ln k - \ln \frac{k}{3}) = \frac{1}{3} \ln \frac{k}{\frac{k}{3}} = \frac{1}{3} \ln 3$$

כלומר ההפרש $S_2 - S_1$ הוא גודל קבוע שאינו תלוי ב- k .

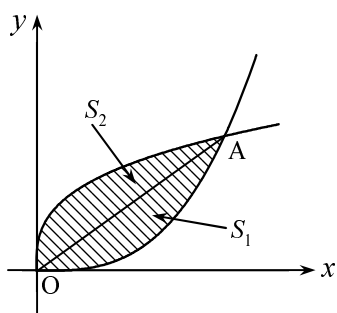
$$S_2 = 3S_1 \Rightarrow \frac{1}{3} \ln k = 3 \cdot \frac{1}{3} \ln \frac{k}{3} \Rightarrow \ln k = 3 \ln \frac{k}{3} \Rightarrow \quad (\text{ב})$$

$$\Rightarrow \ln k = \ln \left(\frac{k}{3} \right)^3 \Rightarrow k = \left(\frac{k}{3} \right)^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = \frac{k^3}{27} \Rightarrow k^3 - 27k = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k(k^2 - 27) = 0 \Rightarrow k_1 = 0, k_{2,3} = \pm \sqrt{27}$$

נתון כי $k > 3$, לכן: $k = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \approx 5.196$.



$$x^3 = x^{\frac{1}{3}} / ()^3 \Rightarrow x^9 = x \quad (\text{א}) \quad (5)$$

$$x^9 - x = 0 \Rightarrow x(x^8 - 1) = 0$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 0$$

$$x_2 = 1 \Rightarrow y_2 = 1$$

$$x_3 = -1 \Rightarrow \text{לא שייך לתחום הנתון}$$

כלומר: $A(1,1)$.

$$I = \int_0^1 (x^3 - x^{\frac{1}{3}}) dx = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{1\frac{1}{3}} - 0 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{2} \quad (\text{ב})$$

$$. S = |I| = \text{יחידת שטח } \frac{1}{2}, \text{ לכן } , I < 0$$

המשך בעמוד הבא <<<

(ג) $m_{AO} = \frac{1-0}{1-0} = 1$, לכן משוואת AO :

$$y - 0 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x$$

$$S_1 = \int_0^1 (x - x^3) dx = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \text{יחידת שטח } \frac{1}{4}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} - S_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \text{יחידת שטח } \frac{1}{4}$$

לכן : $S_1 = S_2$.

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות