

פתרון מבחן מס' 7 (ספר לימוד – שאלון 035805)

17-05-2017

(1) מחירו של המוצר 20,000 ש"ח, זהו הסכום של איברי הסדרה החשבונית S_n .

47.2% מ- 20,000 = 9,440 ש"ח – סכום 8 האיברים הראשונים בסדרה S_8

45.5% מ- 20,000 = 9,100 ש"ח – סכום האיברים מהאיבר התשיעי

עד האיבר ה-18 בסדרה $S_{18} - S_8$.

$$S_8 = 9,440$$

$$S_{18} - S_8 = 9,100$$

$$S_n = 20,000$$

$$n = ?$$

$$\begin{cases} (2a_1 + 7d) \frac{8}{2} = 9,440 \\ (2a_1 + 17d) \frac{18}{2} - 9,440 = 9,100 \end{cases}$$

$$- \begin{cases} 2a_1 + 7d = 2,360 \\ 2a_1 + 17d = 2,060 \end{cases}$$

$$-10d = 300 \Rightarrow d = -30$$

$$[(2a_1 + 7(-30))] \cdot 4 = 9,440 \Rightarrow 2a_1 - 210 = 2,360 \Rightarrow a_1 = 1,285$$

$$d = -30, a_1 = 1,285 \quad \text{כלומר, בסדרה זו:}$$

$$S_n = 20,000$$

$$[2a_1 + d(n-1)] \frac{n}{2} = 20,000 \Rightarrow [2 \cdot 1,285 - 30(n-1)] \frac{n}{2} = 20,000$$

$$[2,570 - 30n + 30] \frac{n}{2} = 20,000 \Rightarrow 1,300n - 15n^2 = 20,000$$

$$15n^2 - 1,300n + 20,000 = 0 \quad / : 5$$

$$3n^2 - 260n + 4,000 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{260 \pm \sqrt{67,600 - 48,000}}{6} = \frac{260 \pm 140}{6}$$

$$n_1 = \frac{400}{6} = \frac{200}{3}, \quad n_2 = 20$$

n צריך להיות מספר שלם

כלומר שולמו 20 תשלומים. התשלום האחרון: $a_n = a_{20}$

$$a_{20} = a_1 + 19d = 1,285 - 30 \cdot 19 = 715 \text{ ש"ח}$$

כלומר, התשלום האחרון היה 715 ש"ח.

$$(2) \text{ נתון: } AA' = BB' = CC' = DD' = h, \angle A'BD' = \beta, \\ AB = BC = CD = AD = x$$

המקצוע $D'A'$ מאונך לפאה $ABB'A'$, ולכן הוא מאונך לכל ישר במישור זה.
 $D'A' \perp BA' \Rightarrow \angle D'A'B = 90^\circ$

$$(A'B)^2 = (AB)^2 + (AA')^2 \quad \text{לפי משפט פיתגורס ב-} \triangle AA'B$$

$$(A'B)^2 = x^2 + h^2 \quad (*)$$

$$\tan \beta = \frac{A'D'}{A'B} \Rightarrow A'B = \frac{x}{\tan \beta} \quad (**)$$

$$\frac{x^2}{\tan^2 \beta} = x^2 + h^2 \quad \text{נציב את } (**)$$

$$x^2 \left(\frac{1}{\tan^2 \beta} - 1 \right) = h^2 \quad \text{מכאן:}$$

$$x^2 = \frac{h^2}{\frac{1}{\tan^2 \beta} - 1} = \frac{h^2}{\frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} - 1} = \frac{h^2 \cdot \sin^2 \beta}{\cos^2 \beta - \sin^2 \beta} = \frac{h^2 \cdot \sin^2 \beta}{\cos 2\beta}$$

$$M_{12} = M_0 \cdot q^{12} \Rightarrow 0.3M_0 = M_0 \cdot q^{12} \quad (3) \text{ (א)}$$

$$q^{12} = 0.3 \Rightarrow q = \sqrt[12]{0.3} \approx 0.9045379$$

$$0.25M_0 = M_0 \cdot (0.9045379)^t$$

$$t = \frac{\ln 0.25}{\ln 0.9045379} \approx 13.82 \text{ שנים}$$

$$M_8 = M_0 \cdot (0.9045379)^8 \approx 0.4481M_0 \quad (ב)$$

המחיר ירד ב- $0.5519M_0$, כלומר ב- 55.19%

$$\begin{cases} x > 0 \\ \ln x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0, x \neq 1 \quad (4) \text{ (א) תחום הגדרה:}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{\ln^2 x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x} \left(1 - \frac{1}{\ln^2 x}\right) \quad (ב)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{x} \left(1 - \frac{1}{\ln^2 x}\right) = 0$$

$$\frac{1}{x} = 0 \Rightarrow \text{לא ייתכן}$$

$$1 - \frac{1}{\ln^2 x} = 0 \Rightarrow \ln^2 x = 1 \Rightarrow \ln x = \pm 1$$

$$x_1 = e \Rightarrow y_1 = 1 + 1 = 2 \Rightarrow (e, 2)$$

$$x_2 = \frac{1}{e} \Rightarrow y = -1 - 1 = -2 \Rightarrow \left(\frac{1}{e}, -2\right)$$

x	$0 < x < \frac{1}{e}$	$x = \frac{1}{e}$	$\frac{1}{e} < x < 1$	x = 1
f'(x)	+	0	-	נקודת אי-הגדרה
f(x)	↗	max	↘	

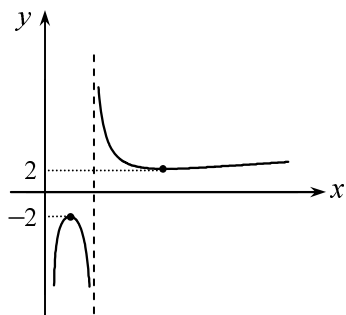
x	$1 < x < e$	x = e	x > e
f'(x)	-	0	+
f(x)	↘	min	↗

$$f'\left(\frac{1}{e^2}\right) = (+) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) > 0, \quad f'\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) = (+) \cdot (1 - 4) < 0$$

$$f'(\sqrt{e}) = (+) \cdot (1 - 4) < 0, \quad f'(e^2) = (+) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) > 0$$

$$\text{כלומר: } \max\left(\frac{1}{e}, -2\right), \min(e, 2)$$

◀◀◀ המשך בעמוד הבא



(ג) נסרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

עבור: $y_{\max} < k < y_{\min}$,

כלומר עבור $-2 < k < 2$,

לגרף הפונקציה ולישר $y = k$

אין נקודות משותפות.

(5) (א) בנקודת ההשקה מתקיים:

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases}$$

$$f'(x) = -\cos x, \quad g'(x) = -\sin x$$

נמצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה A:

$$f'(x) = g'(x) \Rightarrow -\sin x = -\cos x$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ אינו פתרון של המשוואה, ולכן נוכל לחלק את שני אגפי המשוואה}$$

ב- $\cos x \neq 0$ ולקבל:

$$\tan x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = a - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{נציב: } x = \frac{\pi}{4} \text{ ונקבל:}$$

$$g\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$a - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \sqrt{2} \quad \text{כלומר:}$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sqrt{2} + \sin x) dx = (\sin x - \cos x - \sqrt{2} x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \quad (ב)$$

$$= \left(\sin \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} - \sqrt{2} \cdot \frac{\pi}{4} \right) - (\sin 0 - \cos 0 - \sqrt{2} \cdot 0) =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2} \pi}{4} - 0 + 1 + 0 = 1 - \frac{\sqrt{2} \pi}{4} < 0$$

$$S_{\text{מבוקש}} = -I = \frac{\sqrt{2} \pi}{4} - 1 \approx 0.11 \text{ יחידת שטח}$$

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות