

פתרון מבחן מס' 5 (ספר לימוד – שאלון 035805)

17-05-2017

$$S_{40} = S_{30} \Rightarrow (2a_1 + 39d) \cdot \frac{40}{2} = (2a_1 + 29d) \cdot \frac{30}{2} \quad / :10 \quad (א) \quad (1)$$

$$8a_1 + 156d = 6a_1 + 87d \Rightarrow 2a_1 = -69d$$

$$S_{70} = (2a_1 + 69d) \cdot \frac{70}{2} = (-69d + 69d) \cdot 35 = 0$$

(ב) נתון: $d > 0$.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d \Rightarrow a_n = \frac{-69d}{2} + (n-1) \cdot d$$

$$a_n > 0 \Rightarrow \frac{-69d}{2} + (n-1) \cdot d > 0 \quad / :d > 0$$

$$\frac{-69}{2} + n - 1 > 0 \Rightarrow n > 35\frac{1}{2}$$

n הוא מספר טבעי, לכן המקום הראשון שעבורו האיבר הוא חיובי

הוא: $n = 36$.

(2) יש לחשב את גובה התיבה.

ניעזר בסרטוט הבא ונחשב את הגובה DD' .

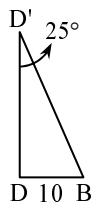
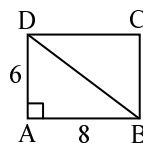
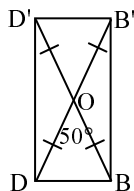
על-ידי שימוש בתכונות אלכסוני מלבן ניתן להוכיח

ש- $\angle DD'B = 25^\circ$.

נחשב את אורך אלכסון הבסיס BD :

לפי משפט פיתגורס ב- $\triangle ABD$

נקבל: $BD = 10$ ס"מ,



ואז:

$$\tan 25^\circ = \frac{10}{DD'} \Rightarrow DD' = \frac{10}{\tan 25^\circ} = 21.445 \text{ ס"מ}$$

כלומר:

$$V_{\text{תיבה}} = 1,029.36 \text{ סמ"ק} = 6 \cdot 8 \cdot 21.445 = \text{שטח בסיס התיבה} \times \text{גובה התיבה}$$

(3) (א) נתון: $M_{17} = 2 \cdot M_0$, כלומר:

$$M_0 \cdot q^{17} = 2 \cdot M_0 \Rightarrow q^{17} = 2 \Rightarrow q = \sqrt[17]{2} = 1.041616$$

$$M_{35} = M_0 \cdot q^{35} = M_0 \cdot (1.041616)^{35} = 4.166M_0 \quad \text{ואז:}$$

תשובה: 35 שנים אחרי מפקד האוכלוסין הראשון,

האוכלוסייה גדלה פי 4.166.

(ב) צריך למצוא t המקיים: $M_t = M_0 \cdot \frac{100+70}{100}$, כלומר: $M_t = 1.7M_0$.

$$M_0 \cdot (1.041616)^t = 1.7M_0 \Rightarrow t = \frac{\ln 1.7}{\ln 1.041616} = 13.014 \text{ שנים}$$

תשובה: 13.014 שנים לאחר מפקד האוכלוסין הראשון,

גדלה האוכלוסייה ב-70%.

(4) (א) $x-3 > 0 \Rightarrow x > 3$

$$0 = \frac{\ln(x-3)}{x-3} \Rightarrow \ln(x-3) = 0 \Rightarrow x-3 = e^0 \quad \text{(ב)}$$

$$x-3 = 1 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow (4, 0) \quad \text{כלומר:}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x-3} \cdot (x-3) - \ln(x-3) \cdot 1}{(x-3)^2} = 0 \Rightarrow \quad \text{(ג)}$$

$$1 - \ln(x-3) = 0 \Rightarrow x-3 = e \Rightarrow x = 3+e$$

x	$3 < x < 3+e$	$x = 3+e$	$x > 3+e$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	↗	max	↘

נמצא כי: $f'(4) = 1 > 0$, $f'(7) < 0$, ולכן:

תחום עלייה: $3 < x < 3+e$, תחום ירידה: $x > 3+e$.

(ד) נקווקו את $x=3$, נסמן את נקודת

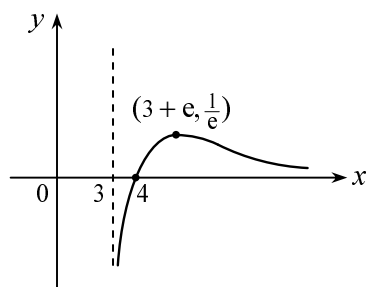
המקסימום $(3+e, \frac{1}{e})$, וניעזר בתחומי

העלייה / ירידה שמצאנו. בנוסף, נשים לב

שבתחום $x > 3+e$ גרף הפונקציה

אינו חותך את ציר ה- x מכיוון

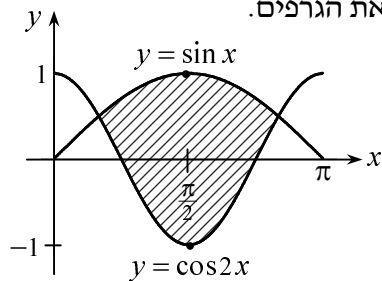
ש- $f(x) > 0$ לכל $x > 3+e$. נקבל:



(5) (א) הגרף של $g(x)$ הוא כיווץ אופקי של הגרף $y = \cos x$ פי 2.

ניתן גם להיעזר בטבלת ערכים כדי לסרטט את הגרפים.

נקבל:



(ב) נמצא את שיעורי ה- x של נקודות

החיתוך של הגרפים:

$$\sin x = \cos 2x$$

$$\sin x = 1 - 2\sin^2 x$$

נסמן: $\sin x = t$ ונקבל את המשוואה הריבועית: $2t^2 + t - 1 = 0$,

שפתרונותיה $t_1 = \frac{1}{2}$, $t_2 = -1$. מתבטל כי $\sin x \geq 0$ בתחום

הנתון, כלומר: $\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$ או $x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$

ובתחום הנתון נקבל: $x_1 = \frac{\pi}{6}$, $x_2 = \frac{5\pi}{6}$. ואז:

$$S = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} (\sin x - \cos 2x) dx = \left[-\cos x - \frac{\sin 2x}{2} \right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} =$$

$$= \left(-\cos \frac{5\pi}{6} - \frac{\sin \frac{5\pi}{3}}{2} \right) - \left(-\cos \frac{\pi}{6} - \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{2} \right) =$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{3}{2}\sqrt{3} \approx 2.598 \text{ יחידות שטח}$$

גבי יקואל

משוב צת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

♦ לכל הכיתות ♦ לכל השאלונים ♦ לכל הרמות