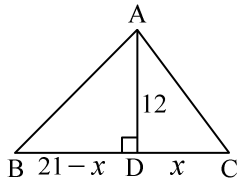
פתרון מבחן מס' 26 (ספר לימוד – שאלון 035804)

09-05-2017



(1) (א) נתון: $AB^2 + AC^2 < 569$

$AD = 12$ ס"מ , $BC = 21$ ס"מ

נסמן את אורך הקטע DC ב- x ס"מ

ואז $(21 - x)$ ס"מ $= BD$.

לפי משפט פיתגורס ב- ΔADC : $AC^2 = x^2 + 12^2 = x^2 + 144$

לפי משפט פיתגורס ב- ΔABD : $AB^2 = (21 - x)^2 + 12^2$

$$AB^2 = 441 - 42x + x^2 + 144 \Rightarrow AB^2 = x^2 - 42x + 585$$

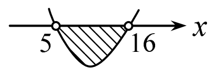
$$AB^2 + AC^2 = x^2 - 42x + 585 + x^2 + 144 = 2x^2 - 42x + 729$$

נתון: $AB^2 + AC^2 < 569$, ולכן: $2x^2 - 42x + 729 < 569$

$$2x^2 - 42x + 160 < 0 \quad / :2$$

$$x^2 - 21x + 80 < 0$$

$$x_{1,2} = \frac{21 \pm \sqrt{21^2 - 1\cdot 4\cdot 80}}{2} = \frac{21 \pm 11}{2} \Rightarrow x_1 = 16 \ , \ x_2 = 5$$



כלומר: $5 < x < 16$ ואז גם: $5 < 21 - x < 16$

כלומר: $5 < DC < 16$ וגם: $5 < BD < 16$

ואז: $AC^2 = x^2 + 144 \Rightarrow 5^2 + 144 < AC^2 < 16^2 + 144$

כלומר: $169 < AC^2 < 400 \Rightarrow$ ס"מ $13 < AC <$ ס"מ 20

בדרך דומה:

$12^2 + 5^2 < AB^2 < 12^2 + 16^2 \Rightarrow$ ס"מ $13 < AB <$ ס"מ 20

(ב) (i) נתון 15 ס"מ $= AB$ כלומר: $15^2 = x^2 - 42x + 585$

$$x^2 - 42x + 360 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{42 \pm \sqrt{42^2 - 4\cdot 360}}{2} = \frac{42 \pm 18}{2}$$

$$x_1 = 30 \ , \ x_2 = 12$$

הפתרון $x = 30$ נפסל כי אינו מקיים $5 < x < 16$ כלומר $x = 12$

ואז: $AC^2 = 12^2 + 12^2 = 2\cdot 12^2 \Rightarrow AC =$ ס"מ $12\sqrt{2}$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

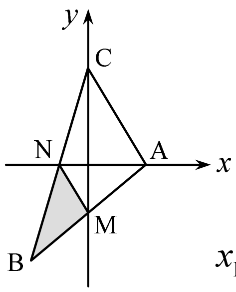
(*ii*) צריך לחשב $\frac{BC^2}{AB^2+AC^2}$.

ידוע : $AB =$ 15 ס״מ , $BC =$ 21 ס״מ , $AC =$ $12\sqrt{2}$ ס״מ

כלומר : $\frac{BC^2}{AB^2+AC^2} = \frac{21^2}{225+144\cdot 2} = \frac{441}{513} = \frac{49}{57}$

(2) (א) נתון : $AM = BM = \frac{9}{2} =$ 4.5 ס״מ

$BN = CN = \frac{12}{2} =$ 6 ס״מ



נסמן : $A(x_1, 0)$, $C(0, y_1)$.

לפי נוסחת שיעורי נקודת אמצע קטע נקבל :

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow 0 = \frac{x_1 + x_B}{2} \Rightarrow x_B = -x_1$$

$$y_N = \frac{y_B + y_C}{2} \Rightarrow 0 = \frac{y_B + y_1}{2} \Rightarrow y_B = -y_1$$

כלומר : $B(-x_1, -y_1)$.

$$AB^2 = (x_1 + x_1)^2 + (0 - y_1)^2 = 9^2 = 81$$
$$BC^2 = (0 + x_1)^2 + (y_1 + y_1)^2 = 12^2 = 144$$

קיבלנו מערכת משוואות :

$$\begin{cases} 4{x_1}^2 + {y_1}^2 = 81 & / \cdot (-4) \\ {x_1}^2 + 4{y_1}^2 = 144 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} -16{x_1}^2 - 4{y_1}^2 = -324 \\ {x_1}^2 + 4{y_1}^2 = 144 \end{cases} \Rightarrow -15{x_1}^2 = -180 \Rightarrow x_1 = \pm\sqrt{12}$$

הפתרון $x = -\sqrt{12}$ נפסל כי $x_1 > 0$.

$$12 + 4{y_1}^2 = 144 \Rightarrow 4{y_1}^2 = 132 \Rightarrow y_1 = \pm\sqrt{33}$$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

הפתרון $y=-\sqrt{33}$ נפסל כי $y_1>0$.

כלומר: $A(\sqrt{12},0)$, $C(0,\sqrt{33})$ ואז:

$$AC=\sqrt{(\sqrt{12}-0)^2+(0-\sqrt{33})^2}=\sqrt{12+33}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}\ \text{ס״מ}$$

(ב) $A(\sqrt{12},0)$, $B(-\sqrt{12},-\sqrt{33})$, $C(0,\sqrt{33})$

נמצא את משוואת BC:

$$m_{BC}=\frac{\sqrt{33}+\sqrt{33}}{0+\sqrt{12}}=\frac{2\sqrt{33}}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{4\cdot 33}}{\sqrt{12}}=\sqrt{11}$$

$$y-\sqrt{33}=\sqrt{11}(x-0)\ \Rightarrow\ y=\sqrt{11}x+\sqrt{33}$$

$$y_N=0\ \Rightarrow\ 0=\sqrt{11}x+\sqrt{33}\ \Rightarrow\ x_N=-\sqrt{3}\ \Rightarrow\ N(-\sqrt{3},0)$$

$$S_{\Delta ABC}=S_{\Delta ANC}+S_{\Delta ANB}=$$

$$=\frac{AN\cdot(\text{הגובה מ-}C\text{ ל-}AN)}{2}+\frac{AN\cdot(\text{הגובה מ-}B\text{ ל-}AN)}{2}=$$

$$=\frac{(\sqrt{12}+\sqrt{3})\cdot\sqrt{33}}{2}+\frac{(\sqrt{12}+\sqrt{3})\cdot\sqrt{33}}{2}=(\sqrt{12}+\sqrt{3})\cdot\sqrt{33}=$$

$$=(2\sqrt{3}+\sqrt{3})\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{11}=3\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{11}=9\sqrt{11}\ \text{יחידות שטח}$$

(ג) מכיוון שהנקודה M היא אמצע הצלע AB , הרי שמתקיים:

$$S_{\Delta BMN}=S_{\Delta AMN}=\frac{S_{\Delta ABN}}{2}$$

$$S_{\Delta BMN}=\frac{(\sqrt{12}+\sqrt{3})\cdot\sqrt{33}}{4}=\frac{3\sqrt{3}\cdot\sqrt{33}}{4}=$$

$$=\frac{3\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{11}}{4}=\frac{9\sqrt{11}}{4}\ \text{יחידות שטח}$$

(3) (א) נסמן ב- p את ההסתברות שלתושב שנבחר באקראי יש מחשב ביתי.

נתון: $p_6(4) = 3 \cdot p_6(3)$

$$\binom{6}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p)^2 = 3 \cdot \binom{6}{3} \cdot p^3 \cdot (1-p)^3 \quad / : p^3 (1-p)^2 \neq 0$$

$$15p = 3 \cdot 20 \cdot (1-p) \quad \Rightarrow \quad 75p = 60 \quad \Rightarrow \quad p = 0.8$$

כלומר ל- 80% מהתושבים יש מחשב ביתי.

(ב) נסמן: A = לתושב שנבחר באקראי יש מחשב ביתי.

B = לתושב שנבחר באקראי יש מחשב נייד.

בסעיף (א) מצאנו: $P(A) = 0.8$.

בנוסף נתון: $P(B) = 0.5$, $P(B/A) = \frac{3}{8}$.

צריך למצוא: $P(A/B)$.

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \quad \Rightarrow \quad \frac{P(B \cap A)}{0.8} = \frac{3}{8} \quad \Rightarrow \quad P(B \cap A) = 0.3$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.3}{0.5} = 0.6$$

(ג)
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0.8 + 0.5 - 0.3 = 1$$

כלומר ההסתברות שלתושב שנבחר באקראי יש לפחות מחשב אחד

שווה ל- 1 , כלומר לכל תושב יש בוודאות לפחות מחשב אחד.

(4) (א) $BD = BF$ (שני משיקים למעגל היוצאים מאותה נקודה שווים באורכם)

$CE = CF$ (שני משיקים למעגל היוצאים מאותה נקודה שווים באורכם)

$P_{ABC} = AB + BC + AC$

$P_{ABC} = AB + BF + FC + AC$ (חיבור קטעים)

$\Downarrow$

$P_{ABC} = AB + BD + CE + AC$ (הצבה)

$P_{ABC} = AD + AE$ (חיבור קטעים). מ.ש.ל

(ב) (*i*) $OF \perp BC$ (רדיוס לנקודת השקה מאונך למשיק)

$OE \perp CE$ (רדיוס לנקודת השקה מאונך למשיק)

$\Downarrow$

$\measuredangle OEC = 90°$

$\measuredangle OFC = 90°$

$\measuredangle FCE = 90°$ (נתון)

$CF = CE$ (הסברנו בסעיף (א))

$\Downarrow$

$OFCE$ ריבוע (מרובע ששלוש זוויותיו ישרות הוא מלבן, מלבן ששתי צלעות סמוכות שלו שוות הוא ריבוע)

$\Downarrow$

$CE = CF = OF = OE = R$

נתבונן במשולש ישר-זווית ABC :

$AB = 2BC = 2\left(R + \sqrt{3}\right) =$ (במשולש ישר-זווית, מול זווית בת $30°$ נמצא ניצב השווה למחצית היתר)

$= 2R + 2\sqrt{3}$

$\Downarrow$

$AD = DB + BA = \sqrt{3} + 2\left(R + \sqrt{3}\right) = 2R + 3\sqrt{3}$

$AE = AD$ (שני משיקים למעגל היוצאים מאותה נקודה שווים זה לזה)

המשך בעמוד הבא ▶▶▶

$AC = AE - EC = 2R + 3\sqrt{3} - R = R + 3\sqrt{3}$

לפי משפט פיתגורס ב- ΔABC :

$BC^2 + AC^2 = AB^2$

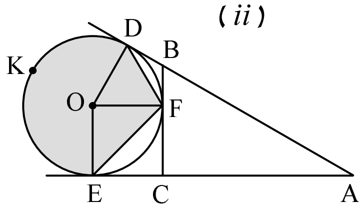
$(R + \sqrt{3})^2 + (R + 3\sqrt{3})^2 = (2R + 2\sqrt{3})^2$

$R^2 + 2R\sqrt{3} + 3 + R^2 + 6\sqrt{3}R + 27 = 4R^2 + 8R\sqrt{3} + 12$

$2R^2 = 18 \Rightarrow R^2 = 9 \Rightarrow R = \pm 3 > 0$

$R =$ 3 ס"מ

(*ii*)



$S_{\text{אפור}} = S_{\text{ODKE גזרה}} + S_{\Delta OFE} + S_{\Delta DOF}$ ①

$\measuredangle DBF = 180° - \measuredangle ABC = 180° - 60° = 120°$

$\measuredangle ODB = \measuredangle BFD = 90°$

$\measuredangle DOF = 360° - \measuredangle DBF - \measuredangle ODB - \measuredangle BFD =$

$= 360° - 120° - 90° - 90° = 60°$

(סכום זוויות במרובע ODBF שווה ל- 360°).

כלומר ΔODF הוא משולש שווה-צלעות (משולש שווה-שוקיים

בעל זווית בת 60° הוא שווה-צלעות)

$S_{\Delta ODF} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (a היא צלע המשולש השווה-צלעות)

$S_{\Delta ODF} = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$ סמ"ר ②

$S_{\Delta OFE} = \frac{1}{2}S_{OFCE} = \frac{1}{2}\cdot 3^2 = \frac{9}{2}$ סמ"ר ③

(אלכסון של ריבוע מחלק את הריבוע לשני משולשים חופפים)

$\measuredangle DOF = 60°$, $\measuredangle FOE = 90°$

$\measuredangle DOE(K) = 360° - 60° - 90° = 210°$

$S_{\text{ODKE גזרה}} = \frac{210°}{360°}\cdot S_{\text{עיגול}} = \frac{7}{12}\cdot \pi R^2 = \frac{7}{12}\pi \cdot 3^2 = \frac{21}{4}\pi$ סמ"ר ④

נציב את ④ , ③ , ② ב- ① ונקבל:

$S_{\text{אפור}} = \left(\frac{21}{4}\pi + \frac{9\sqrt{3}}{4} + \frac{9}{2}\right) \approx 24.89$ סמ"ר

(5) $DF = FC \;,\; AE = ED$

(א) $AB \parallel FC$ (נתון), מכאן:

$\measuredangle ABN = \measuredangle NFC \;,\; \measuredangle NAB = \measuredangle NCF$ (זוויות מתחלפות בין מקבילים שוות זו לזו).

לכן $\Delta ABN \sim \Delta CFN$ לפי משפט דמיון ז.ז..

(ב) באותה דרך כמו בסעיף (א), $\Delta BCM \sim \Delta EAM$.

(ג) לפי הדמיון בסעיף (א): $\frac{CN}{NA} = \frac{FC}{AB} = \frac{1}{2}$

(פרופורציה בין צלעות מתאימות במשולשים דומים)

לפי הדמיון בסעיף (ב): $\frac{AM}{MC} = \frac{EA}{BC} = \frac{1}{2}$

נקבל את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} NA = 2CN \\ MC = 2AM \end{cases} \Rightarrow \quad + \begin{cases} AM + MN = 2CN \\ CM + MN = 2AM \end{cases}$$

$$AM - CN = 2CN - 2AM$$

$$3AM = 3CN \quad \Rightarrow \quad AM = CN$$

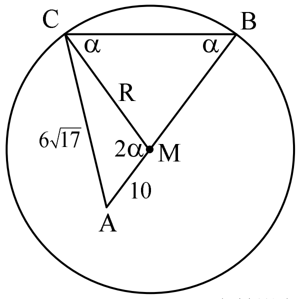
לכן:
$$\begin{cases} CN + MN = 2CN \\ MN = CN \end{cases} \Rightarrow \quad AM = MN = MC$$

(ד) $S_{\Delta ABM} = S_{\Delta BMN} = S_{\Delta BMC} =$ 10 סמ"ר

($AM = MN = NC$, גובה משותף לכל אחת מהצלעות מהנקודה B)

$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABM} + S_{\Delta MBN} + S_{\Delta BNC} =$ 30 סמ"ר

$S_{ABCD} = 2 \cdot S_{\Delta ABC} = 2 \cdot 30 =$ 60 סמ"ר



(6) (א) נתון: $AC = 6\sqrt{17}$ ס"מ ,

10 ס"מ $= AM$, $\text{tg}\measuredangle ABC = \frac{4}{3}$.

$$CM = MB = R$$

$$\Downarrow$$

$\measuredangle MCB = \measuredangle MBC = \alpha$ (במשולש מול צלעות שוות

מונחות זוויות שוות + סימון)

$\measuredangle CMA = \alpha + \alpha = 2\alpha$ (זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי

הזוויות הפנימיות שאינו צמודות לה)

לפי משפט הקוסינוסים ב- ΔACM :

$$(6\sqrt{17})^2 = R^2 + 10^2 - 2 \cdot R \cdot 10 \cdot \cos 2\alpha$$

$$612 = R^2 + 100 - 20R\cos 2\alpha \quad (*)$$

ניעזר בזהויות הטריגונומטריות:

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$\tan^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

ונקבל:

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{\tan^2\alpha + 1} = \frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 1} = \frac{9}{25}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cdot \frac{9}{25} - 1 = -\frac{7}{25}$$

נציב $-\frac{7}{25}$ במקום $\cos 2\alpha$ ב- $(*)$ ונקבל:

$$612 = R^2 + 100 - 20R \cdot \left(-\frac{7}{25}\right) \quad \Rightarrow \quad R^2 + 5.6R - 512 = 0$$

$$R_{1,2} = \frac{-5.6 \pm \sqrt{5.6^2 + 4 \cdot 512}}{2} = \frac{-5.6 \pm 45.6}{2}$$

$$R_1 = 20 \ , \ R_2 = -25.6$$

הפתרון $R_2 = -25.6$ נפסל כי רדיוס הוא גודל חיובי.

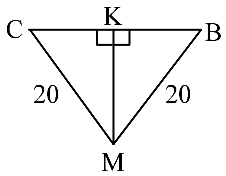
תשובה: 20 ס"מ $= R$.

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

(ב) במשולש שווה-שוקיים CBM

נוריד גובה MK לבסיס CB .

במשולש ישר-זווית BKM :



$$KB = MB \cdot \cos \measuredangle B = 20 \cdot \sqrt{\frac{9}{25}} = 20 \cdot \frac{3}{5} = 12 \text{ ס"מ}$$

גובה לבסיס במשולש שווה-שוקיים הוא גם תיכון לבסיס, לכן :

$$CK = KB \quad \Rightarrow \quad BC = 2 \cdot KB = 2 \cdot 12 = 24 \text{ ס"מ}$$

(7) (א) נמצא נקודות קיצון פנימיות :

$$f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{(x-4)^2} + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad (x-4)^2 = 1$$

$$x - 4 = 1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 5 \quad \Rightarrow \quad y_1 = \frac{1}{5-4} + 5 - 4 = 2 \quad \Rightarrow \quad (5,2)$$

$x - 4 = -1 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 3$ נקודה זו לא שייכת לתחום ההגדרה

x	4.5 < x < 5	x = 5	5 < x < 8
f′(x)	−	0	+
f(x)	↘	min	↗

$$f'(4.6) = -\frac{1}{0.6^2} + 1 < 0 \quad , \quad f'(6) = -\frac{1}{4} + 1 > 0$$

נחשב את ערכי הפונקציה בקצוות :

$$x = 4.5 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{1}{4.5-4} + 4.5 - 4 = 2.5$$

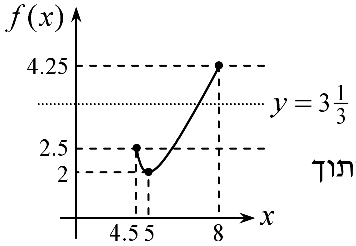
$$x = 8 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{1}{8-4} + 8 - 4 = 4.25$$

הפונקציה רציפה בתחום הנתון, לכן ניתן לקבוע :

מקסימום מקומי : $(4.5, 2.5)$, מינימום מקומי ומוחלט : $(5,2)$,

מקסימום מקומי ומוחלט : $(8, 4.25)$.

המשך בעמוד הבא ◄◄◄



(ב) ראו סרטוט משמאל.

(ג) בעצם, כדי למצוא את הפתרונות של משוואה זו, יש למצוא את מספר נקודות החיתוך של גרף הפונקציה (שסרטטנו בסעיף (ב)) עם הישר $y=\frac{10}{3}$:

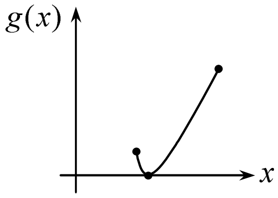
$$\frac{1}{x-4}+x-4=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$$

$$2.5<3\frac{1}{3}<4.25$$

לכן למשוואה זו פתרון אחד (ראו סרטוט משמאל).

(ד) הפונקציה $f(x)$ עולה בתחום $5<x<8$, כלומר עבור שיעור x גדול יותר מתקבל ערך פונקציה גדול יותר.

$$\mathrm{b}>\mathrm{a} \;\Rightarrow\; f(\mathrm{b})>f(\mathrm{a}) \;\Rightarrow\; \frac{1}{\mathrm{b}-4}+\mathrm{b}-4>\frac{1}{\mathrm{a}-4}+\mathrm{a}-4$$



(ה) (i) $g(x)=f(x)-2$. כדי לקבל את גרף הפונקציה $g(x)$, יש להוריד את גרף הפונקציה $f(x)$ ב- 2 יחידות למטה.

(ii) הפונקציה $f(x)$ מקבלת ערכים בתחום: $2\le f(x)\le 4.25$,

מכאן:

$$2-2\le g(x)\le 4.25-2$$

$$0\le g(x)\le 2.25$$

(8) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-\mathrm{t}}}$, $0<\mathrm{t}<5$.

עבור $x>\mathrm{t}$:

$$\sqrt{x-\mathrm{t}}>0 \;\Rightarrow\; f(x)>0$$

כלומר גרף הפונקציה $f(x)$ אינו חותך את ציר ה- x ונמצא כולו מעליו.

(א) (i)

$$\int_5^8 f(x)dx=2 \;\Rightarrow\; \int_5^8 \frac{dx}{\sqrt{x-\mathrm{t}}}=2 \;\Rightarrow\; 2\sqrt{x-\mathrm{t}}\Big|_5^8=2 \;\Rightarrow$$

$$2(\sqrt{8-\mathrm{t}}-\sqrt{5-\mathrm{t}})=2 \;\Rightarrow\; \sqrt{8-\mathrm{t}}=1+\sqrt{5-\mathrm{t}}$$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

כיוון שכל אגף של המשוואה הוא חיובי, ניתן להעלות את אגפי המשוואה בריבוע. נקבל: $8-t=1+2\sqrt{5-t}+5-t$

$$2\sqrt{5-t}=2 \;\Rightarrow\; \sqrt{5-t}=1 \;\Rightarrow\; 5-t=1 \;\Rightarrow\; t=4$$

(מתאים לנתון $0<t<5$), כלומר: $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-4}}$

(ii) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-4}}$. תחום הגדרה:

$$\begin{cases} x-4\ge 0 \\ \sqrt{x-4}\ne 0 \end{cases} \;\Rightarrow\; x>4$$

ב) נסמן את שיעור ה- x של הנקודה ב- $x_A=a$, ואז: $y_A=\frac{1}{\sqrt{a-4}}$.

פונקציית המטרה: $F=x_A\cdot y_A \;\Rightarrow\; F(a)=a\cdot\frac{1}{\sqrt{a-4}}=\frac{a}{\sqrt{a-4}}$

$$F'(a)=\frac{1\cdot\sqrt{a-4}-\frac{1}{2\sqrt{a-4}}\cdot a}{a-4}=\frac{2(a-4)-a}{2(a-4)\sqrt{a-4}}=\frac{a-8}{2(a-4)\sqrt{a-4}}$$

$$F'(a)=0 \;\Rightarrow\; a-8=0 \;\Rightarrow\; a=8$$

x	$4<a<8$	$a=8$	$a>8$
F'(a)	−	0	+
F(a)	↘	min	↗

$$F'(5)=\frac{5-8}{2(5-4)(+)}<0 \quad , \quad F'(9)=\frac{9-8}{2(9-4)(+)}>0$$

$$x_A=8 \;\Rightarrow\; y_A=\frac{1}{\sqrt{8-4}}=\frac{1}{2}$$

תשובה: $A\left(8,\frac{1}{2}\right)$.

(9) $g(x)=f'(x)=12x^2+2ax-6 \;\Rightarrow\; g'(x)=24x+2a$

(א) נתון: $g'\left(\frac{1}{4}\right)=0$, מכאן:

$24\cdot\frac{1}{4}+2a=0 \;\Rightarrow\; 6+2a=0 \;\Rightarrow\; a=-3$

(ב) $f'(x)=0 \;\Rightarrow\; 12x^2-6x-6=0 \;\Rightarrow\; 2x^2-x-1=0$

$x_{1,2}=\frac{1\pm 3}{4} \;\Rightarrow\; x_1=1\;,\; x_2=-\frac{1}{2}$

x	$x<-\frac{1}{2}$	$x=-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}<x<1$	$x=1$	$x>1$
f′(x)	+	0	−	0	+
f(x)	↗	max	↘	min	↗

$f'(-1)=12+6-6>0 \qquad f'(0)=-6<0$

$f'(2)=12\cdot 4-24-6>0$

כלומר: $\max : x=-\frac{1}{2} \quad , \quad \min : x=1$.

(ג) נמצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- y :

$x=0 \;\Rightarrow\; y=12\cdot 0-6\cdot 0-6=-6 \;\Rightarrow\; B(0,-6)$

$m_B=g'(0)=24\cdot 0-6=-6$

משוואת המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B :

$y-y_B=m_B(x-x_B)$

$y+6=-6(x-0) \;\Rightarrow\; y=-6x-6$

(ד) נמצא את שיעורי הנקודה C , נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x :

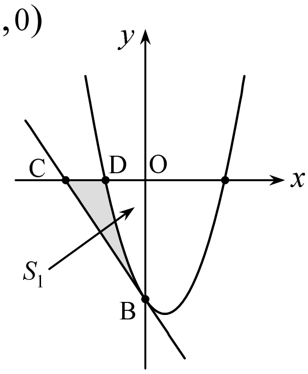
$y=0 \;\Rightarrow\; 0=-6x-6 \;\Rightarrow\; x=-1 \;\Rightarrow\; C(-1,0)$

כמו כן: $y_D=0 \;\Rightarrow\; x_D=-\frac{1}{2}$

$S_{\text{אפור}}=S_{\Delta OBC}-S_1$

$S_{\Delta OBC}=\frac{OC\cdot OB}{2}=\frac{(x_O-x_C)(y_O-y_B)}{2}=$

$=\frac{1\cdot 6}{2}=$ 3 יחידות שטח



המשך בעמוד הבא ◄◄◄

$$S_1 = -\int_{-0.5}^{0} g(x)\,dx = -\int_{-0.5}^{0} f'(x)\,dx = -f(x)\Big|_{-0.5}^{0} =$$

$$= -\left[f(0) - f\left(-\tfrac{1}{2}\right)\right] = f\left(-\tfrac{1}{2}\right) - f(0) =$$

$$= 4\cdot\left(-\tfrac{1}{8}\right) - 3\cdot\tfrac{1}{4} + 6\cdot\tfrac{1}{2} + \text{b} - (0-0-0+\text{b}) = 1\tfrac{3}{4} \text{ יחידות שטח}$$

$$S_{\text{אפור}} = 3 - 1\tfrac{3}{4} = 1\tfrac{1}{4} \text{ יחידות שטח}$$

(ה) לפונקציה $f(x)$ יש נקודות קיצון כאשר:

$$f'(x) = 0 \;\Rightarrow\; g(x) = 0 \;\Rightarrow\; x_1 = -\tfrac{1}{2}\;,\; x_2 = 1$$

נתון:

$$f\left(-\tfrac{1}{2}\right) + f(1) = \tfrac{3}{4}$$

$$4\cdot\left(-\tfrac{1}{8}\right) - 3\cdot\tfrac{1}{4} + 6\cdot\tfrac{1}{2} + \text{b} + 4\cdot 1^3 - 3\cdot 1^2 - 6 + \text{b} = \tfrac{3}{4}$$

$$-\tfrac{1}{2} - \tfrac{3}{4} + 3 + \text{b} + 4 - 3 - 6 + \text{b} = \tfrac{3}{4}$$

$$-3\tfrac{1}{4} + 2\text{b} = \tfrac{3}{4} \;\Rightarrow\; 2\text{b} = 4 \;\Rightarrow\; \text{b} = 2$$