פתרון מבחן מס' 25 (ספר לימוד – שאלון 035804)

09-05-2017

(1) (א) לאחר 2 העליות, מחיר המוצר הוא :

$$8,000 \cdot \frac{100+p}{100} \cdot \frac{100+p+5}{100} = \text{ש״ח } 0.8(100+p)(105+p)$$

(ב)
$$0.8(100+p)(105+p) = 10,120 \quad / : 0.8$$

$$10,500 + 100p + 105p + p^2 = 12,650$$

$$p^2 + 205p - 2,150 = 0$$

$$p_{1,2} = \frac{-205 \pm \sqrt{205^2 + 4 \cdot 2,150}}{2} = \frac{-205 \pm 225}{2}$$

$$p_1 = 10 \ , \ p_2 = -215$$

הפתרון $p_2 = -215$ מבוטל, כי p הוא גודל חיובי.

תשובה: מחיר המוצר עלה ב- 10% בפעם הראשונה.

(ג) נסמן ב- $x\%$ את האחוז בו הוזל המוצר.

$$10,120 \cdot \frac{100-x}{100} = 6,578 \ \Rightarrow \ 100 - x = 65 \ \Rightarrow \ x = 35$$

תשובה: המוצר הוזל ב- 35% .

(2) (א) שטח של משולש שווה-צלעות שווה ל- $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ יחידות שטח $= \frac{a \cdot a \cdot \sin 60^\circ}{2}$

(a – אורך צלע המשולש).

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3} \ \Rightarrow \ a = \sqrt{48} = \text{יחידות אורך } 4\sqrt{3}$$

הצלע OC נמצאת על ציר ה- y , לכן :

$$OC = y_C - y_O = 4\sqrt{3} \ \Rightarrow \ C(0, 4\sqrt{3})$$

לפי משפט פיתגורס, גובה במשולש שווה-צלעות שאורך צלעו a :

$$x_D = h_{\text{משולש}} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}\,a}{2} = 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6$$

הגובה מ- D לצלע OC הוא גם תיכון, לכן :

$$y_D = \frac{1}{2} OC \ \Rightarrow \ y_D = 2\sqrt{3} \ \Rightarrow \ D(6, 2\sqrt{3})$$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

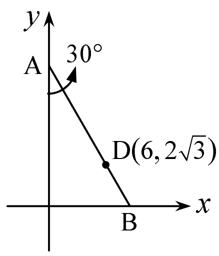
(ב) לפי סימטריה, מרכז המעגל החוסם את ΔOCD נמצא על הגובה מנקודה D לצלע OC, כלומר: $y_{\text{מרכז}} = y_D = 2\sqrt{3}$

רדיוס המעגל החוסם משולש שווה-צלעות (נקודת מפגש התיכונים (האנכים האמצעיים) מחלקת כל תיכון ביחס $2:1$):

$$R = \frac{2}{3}\cdot h_{\text{משולש}} = \frac{2}{3}\cdot 6 = 4 \text{ יחידות אורך } \Rightarrow x_{\text{מרכז}} = x_D - 4 = 2$$

משוואת המעגל החוסם את ΔOCD: $(x-2)^2 + (y-2\sqrt{3})^2 = 16$

(ג) $(i) + (ii)$ שיפוע הישר AB שווה לטנגנס הזווית שהישר יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה- x, לכן:



$$m_{AB} = \tan 120° = -\sqrt{3}$$

משוואת AB: $y - y_D = m_{AB}(x - x_D)$

$$y - 2\sqrt{3} = -\sqrt{3}(x-6) \Rightarrow y = -\sqrt{3}x + 8\sqrt{3}$$

מציאת שיעורי הנקודה A:

$$x = 0 \Rightarrow y = 8\sqrt{3} \Rightarrow A(0, 8\sqrt{3})$$

מציאת שיעורי הנקודה B:

$$y = 0 \Rightarrow 0 = -\sqrt{3}x + 8\sqrt{3} \Rightarrow x = 8 \Rightarrow B(8,0)$$

$$m_{OD} = \frac{y_D - y_O}{x_D - x_O} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \ , \ m_{AB} = -\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot(-\sqrt{3}) = -1 \Rightarrow m_{OD}\cdot m_{AB} = -1 \Rightarrow OD \perp AB$$

(iii) ΔOAB הוא משולש ישר-זווית ($\measuredangle O = 90°$) לכן מרכז המעגל החוסם את המשולש נמצא באמצע היתר (אמצע AB).

נמצא את שיעורי המרכז M בעזרת נוסחת שיעורי אמצע קטע:

$$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{0+8}{2} = 4 \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{8\sqrt{3}+0}{2} = 4\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow M(4, 4\sqrt{3})$$

נמצא את רדיוס המעגל: $R = \frac{1}{2}AB$

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(0-8)^2 + (8\sqrt{3}-0)^2} = 16$$

המשך בעמוד הבא >>>

$R=\frac{1}{2}\cdot 16 = 8$ יחידות אורך

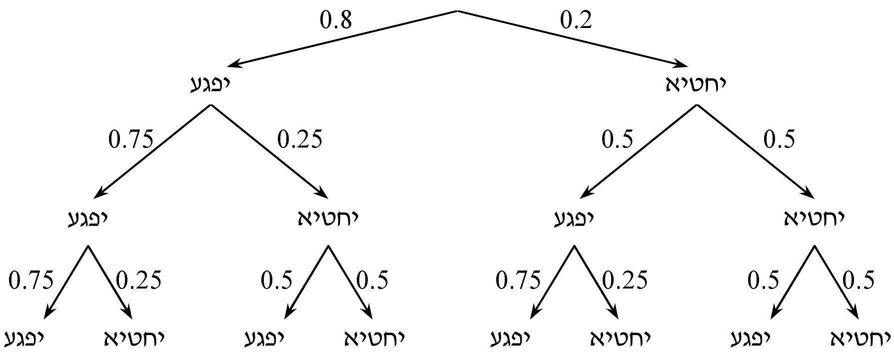
משוואת המעגל: $(x-4)^2+(y-4\sqrt{3})^2=64$

(iv) נבדוק האם הנקודה $M(4,4\sqrt{3})$ נמצאת על המעגל החוסם את ΔOCD :

$$(4-2)^2+(4\sqrt{3}-2\sqrt{3})^2 \overset{?}{=} 16$$
$$2^2+(2\sqrt{3})^2 \overset{?}{=} 16$$
$$4+12=16$$

תשובה: הנקודה M נמצאת על המעגל החוסם את ΔOCD .

(3) נבנה עץ הסתברויות:



(א) $P(\text{פגיעה אחת מתוך שלוש / פגע בירייה השנייה}) =$

$$=\frac{P(\text{החטיא בראשונה} \cap \text{פגע בשנייה} \cap \text{החטיא בשלישית})}{P(\text{פגע רק בראשונה})+P(\text{פגע רק בשנייה})+P(\text{פגע רק בשלישית})}$$

$$=\frac{0.2\cdot 0.5\cdot 0.25}{0.8\cdot 0.25\cdot 0.5+0.2\cdot 0.5\cdot 0.25+0.2\cdot 0.5\cdot 0.5}=$$

$$=\frac{0.025}{0.1+0.025+0.05}=\frac{0.025}{0.175}=\frac{1}{7}$$

המשך בעמוד הבא ➤➤➤

ב) $P(\text{פגע ברוב היריות}) = 1 - P(\text{פגע באחת מתוך שלוש}) - P(\text{לא פגע כלל})$

$P(\text{פגע ברוב} \cap \text{פגע בראשונה}) =$

$$= P\left(\substack{1\\ \text{כן}}\right)\cdot P\left(\substack{2\\ \text{כן}}\right)\cdot P\left(\substack{3\\ \text{כן}}\right) + P\left(\substack{1\\ \text{כן}}\right)\cdot P\left(\substack{2\\ \text{כן}}\right)\cdot P\left(\substack{3\\ \text{לא}}\right) + P\left(\substack{1\\ \text{כן}}\right)\cdot P\left(\substack{2\\ \text{לא}}\right)\cdot P\left(\substack{3\\ \text{כן}}\right)$$

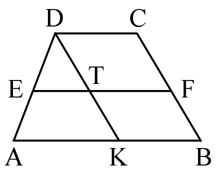
$P(\text{פגע באחת מתוך שלוש}) = (\text{המכנה בסעיף א}) = 0.175$

$P(\text{לא פגע כלל}) = P\left(\substack{1\\ \text{לא}}\right)\cdot P\left(\substack{2\\ \text{לא}}\right)\cdot P\left(\substack{3\\ \text{לא}}\right) = 0.2\cdot 0.5\cdot 0.5 = 0.05$

(i) $P(\text{פגע ברוב} \,/\, \text{פגע בראשונה}) =$

$$= \frac{0.8\cdot 0.75\cdot 0.75 + 0.8\cdot 0.75\cdot 0.25 + 0.8\cdot 0.25\cdot 0.5}{1 - 0.175 - 0.2\cdot 0.5\cdot 0.5} = \frac{0.7}{0.775} = \frac{28}{31}$$

(ii) אם הצלף החטיא בשתי היריות הראשונות, משמע הוא יפגע פעם אחת לכל היותר, כלומר לא יפגע ברוב היריות, מכאן: $P = 0$.



(4) נתון: $AB \parallel EF \parallel DC$, 3 ס"מ $= DC$,
8 ס"מ $= AB$, 6 ס"מ $= EF$.
נעביר $CB \parallel DK$, החותך את EF בנקודה T .

$CB \parallel DK$ (לפי בנייה)

$TF \parallel KB \parallel DC$ (נתון)

$\Downarrow$

$TFBK$, $DCTF$ מקביליות (מרובעים בעלי שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות)

3 ס"מ $DC = TF = KB =$ (במקבילית צלעות נגדיות שוות)

3 ס"מ $ET = EF - TF = 6 - 3 =$ (חיסור קטעים, הצבה)

5 ס"מ $AK = AB - KB = 8 - 3 =$ (חיסור קטעים, הצבה)

$ET \parallel AK$

$\Downarrow$

$\Delta DET \sim \Delta DAK$ (לפי משפט דמיון ז.ז. : $\measuredangle DET = \measuredangle DAK$ ו- $\measuredangle DTE = \measuredangle DKA$ כזוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים)

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

$\frac{DE}{DA}=\frac{ET}{AK}=\frac{3}{5}$ (פרופורציית צלעות מתאימות במשולשים דומים)

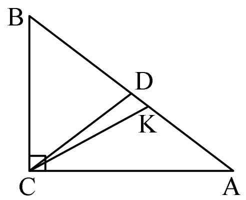
נסמן: h גובה ל- ET ב- ΔDET ו- H גובה ל- AK ב- ΔDAK .

מכאן: $\frac{h}{H}=\frac{DE}{DA}=\frac{3}{5}$ (גבהים במשולשים דומים מתייחסים כיחס בין הצלעות המתאימות)

$\frac{h}{H-h}=\frac{3}{5-3}=\frac{3}{2}$ (חוקי פרופורציה)

מכאן: $\frac{S_{ABFE}}{S_{EFCD}}=\frac{0.5\,(EF+AB)\cdot(H-h)}{0.5\,(DC+EF)\cdot h}=\frac{6+8}{3+6}\cdot\frac{H-h}{h}=\frac{14}{9}\cdot\frac{2}{3}=\frac{28}{27}$

(5) (א) נתון: $\measuredangle C=90°$, $BD=DA$.



נניח כי $CD=DA$.

נבחר נקודה K על BA כך ש- $CK=KA$.

נסמן: $\measuredangle A=\alpha$, מכאן:

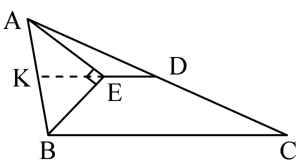
$\measuredangle KCA=\alpha$, $\measuredangle KCB=90°-\alpha$, $\measuredangle B=90°-\alpha$

לכן: $BK=KC \Rightarrow BK=KA$

כלומר הנקודה K מתלכדת עם הנקודה D, ולכן: $CD=BD=DA$

מכאן: $CD=\frac{1}{2}BA$

(ב) (i) נמשיך את DE עד נקודת החיתוך עם AB (הנקודה K).



נתון: $DE \parallel BCD$, $AD=DC$,

לכן DK הוא קטע אמצעים ב- ΔABC ,

מכאן: $AK=KB=\frac{1}{2}AB=$ 5 ס"מ

לכן לפי המשפט מסעיף (א): $EK=\frac{1}{2}AB=$ 5 ס"מ

$KD=KE+ED=5+4=$ 9 ס"מ

$BC=2\cdot KD=2\cdot 9=$ 18 ס"מ

(קטע אמצעים שווה למחצית הצלע שאותה אינו חותך).

המשך בעמוד הבא ➤➤➤

(*ii*) לפי משפט פיתגורס ב- ΔAEB : $AB^2 = AE^2 + EB^2$

$AE^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow AE = 8$ ס״מ

לפי משפט הקוסינוסים ב- ΔAKE :

$AE^2 = 2AK^2(1-\cos\measuredangle K) \Rightarrow 64 = 2\cdot 25(1-\cos\measuredangle K)$

$\cos\measuredangle K = -\frac{14}{50} = -\frac{7}{25}$

לפי משפט הקוסינוסים ב- ΔAKD :

$AE^2 = AK^2 + KD^2 - 2\cdot AK\cdot KD\cdot\cos\measuredangle K$

$AD^2 = 25 + 81 - 90\cdot(-\frac{7}{25}) = 131.2 \Rightarrow AD \approx 11.45$ ס״מ

$AC = 2\cdot AD = 2\cdot 11.45 = 22.91$ ס״מ

(*iii*) $KD \parallel BC \Rightarrow \measuredangle ABC = \measuredangle AKE = \measuredangle K$

$\sin\measuredangle K = \sqrt{1-\cos^2\measuredangle K} = \sqrt{1-\frac{49}{625}} = \frac{24}{25}$

לפי משפט הסינוסים ב- ΔABC : $\frac{AC}{\sin\measuredangle B} = 2R$

$R = \frac{AC}{2\sin\measuredangle B} = \frac{22.91}{2\cdot\frac{24}{25}} \approx 11.93$ ס״מ

(6) (א) $\widehat{DM} = \widehat{ME}$ (נתון)

$\Downarrow$

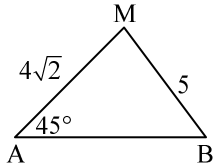
$\measuredangle MAD = \measuredangle MAE$ (זוויות מרכזיות הנשענות על קשתות שוות, שוות זו לזו)

$\Downarrow$

$\measuredangle MAB + \measuredangle MAD = 90°$ (נתון)

$\Downarrow$

$\measuredangle MAD = \measuredangle MAE = \frac{1}{2}\cdot 90° = 45°$



נתבונן ב- ΔAMB : $AM = AD = R = 4\sqrt{2}$ ס״מ

לפי משפט הקוסינוסים: $5^2 = AB^2 + (4\sqrt{2})^2 - 2\cdot AB\cdot 4\sqrt{2}\cdot\cos 45°$

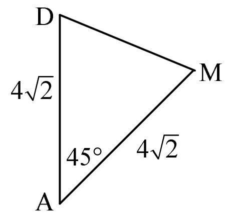
המשך בעמוד הבא ◄◄◄

נסמן: $AB = x$ ונקבל:

$$x^2 - 8x + 7 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{8 \pm 6}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 7 \;,\; x_2 = 1$$

מכיוון ש- $x = AB > AE = 4\sqrt{2}$, הרי ש- $DC = AB = 7$ ס"מ .

(ב) נתבונן ב- ΔADM :



$AD = AM = R = 4\sqrt{2}$ ס"מ

$\measuredangle A = 45°$

$\measuredangle ADM = \measuredangle DMA = \frac{180° - 45°}{2} = 67.5°$

לפי משפט הקוסינוסים:

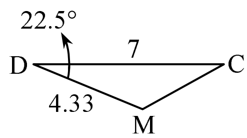
$$DM^2 = AD^2 + AM^2 - 2 \cdot AD \cdot AM \cdot \cos \measuredangle A$$

$$DM^2 = (4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot \cos 45° =$$

$$= 64 - 64 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 18.745$$

$DM = \sqrt{18.745} \approx 4.33$ ס"מ

נתבונן ב- ΔMDC :



$\measuredangle MDC = 90° - \measuredangle ADM = 90° - 67.5° = 22.5°$

לפי משפט הקוסינוסים:

$$MC^2 = DC^2 + DM^2 - 2 \cdot DC \cdot DM \cdot \cos \measuredangle D$$

$$MC^2 = 7^2 + 4.33^2 - 2 \cdot 7 \cdot 4.33 \cdot \cos 22.5° = 11.74$$

$MC = \sqrt{11.74} \approx 3.43$ ס"מ

(ג) (*i*) ב- ΔDMC , לפי משפט הקוסינוסים:

$$DC^2 = MD^2 + MC^2 - 2 \cdot MD \cdot MC \cdot \cos \measuredangle DMC$$

$$7^2 = 18.745 + 11.74 - 2 \cdot 4.33 \cdot 3.43 \cdot \cos \measuredangle DMC$$

$$\cos \measuredangle DMC = \frac{18.745 + 11.74 - 7^2}{2 \cdot 4.33 \cdot 3.43} = -0.6233$$

$$\measuredangle DMC = 128.6°$$

(*ii*) ב- ΔDMC , לפי משפט הסינוסים:

$$\frac{DC}{\sin \measuredangle DMC} = 2R$$

$R = \frac{DC}{2\sin \measuredangle DMC} = \frac{7}{2 \cdot \sin 128.6°} \approx 4.48$ ס"מ

(7) (א) $S_{\text{BFDE}} = S_{\text{ABCD}} - S_{\Delta\text{ABE}} - S_{\Delta\text{BCF}} = 1^2 - \frac{x\cdot 1}{2} - \frac{y\cdot 1}{2} = 1 - \frac{x+y}{2}$ סמ"ר

(ב) לפי הנתון: $x+y = 1-xy \;\Rightarrow\; y(1+x) = 1-x \;\Rightarrow\; y = \frac{1-x}{1+x}$

$$S_{\text{BFDE}} = 1 - \frac{x}{2} - \frac{1}{2}y = 1 - \frac{x}{2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1-x}{1+x} = 1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{x+x^2+1-x}{1+x} =$$

$$= 1 - \frac{1+x^2}{2\,(1+x)} = \frac{2+2x-1-x^2}{2\,(1+x)} = \frac{-x^2+2x+1}{2\,(1+x)}$$ סמ"ר

(ג) פונקציית המטרה: $\text{F}(x) = S_{\text{BEDF}}$.

$$\text{F}'(x) = 0 \;\Rightarrow\; \left(\frac{-x^2+2x+1}{2\,(1+x)}\right)' = 0$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{(-2x+2)\,(x+1) - 1\cdot(-x^2+2x+1)}{(x+1)^2} = \frac{-2x^2+2+x^2-2x-1}{2\,(x+1)^2} = 0$$

$$-x^2 - 2x + 1 = 0 \;\Rightarrow\; x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = -1 \pm \sqrt{2}$$

$x > 0$, לכן: $x = \sqrt{2} - 1$.

x	$0 < x < \sqrt{2}-1$	$x = \sqrt{2}-1$	$\sqrt{2}-1 < x < 1$
F′(x)	+	0	−
F(x)	↗	max	↘

$$\text{F}'(0.4) = \frac{-0.4^2 - 2\cdot 0.4 + 1}{+} > 0 \qquad \text{F}'(0.9) = \frac{-0.9^2 - 2\cdot 0.9 + 1}{+} < 0$$

תשובה: עבור $x = \sqrt{2} - 1$ שטח המרובע BFDE הוא מקסימלי.

(ד)

$$y = \frac{1-x}{1+x} = \frac{1-\sqrt{2}+1}{1+\sqrt{2}-1} = \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$$

$$S_{\text{BEDF}} = 1 - \frac{x+y}{2} = 1 - \frac{\sqrt{2}-1+\sqrt{2}-1}{2} =$$

$$= 1 - (\sqrt{2}-1) = (2-\sqrt{2})$$ סמ"ר

(8) (א) נתון כי לגרף הפונקציה יש "חור", כלומר קיים ערך עבור המשתנה x שעבורו גם המונה וגם המכנה מתאפסים.

$$x^2 - x^3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2(1-x) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad 0^2 - 5 \cdot 0 + \mathrm{c} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{c} = 0$$

פתרון זה נפסל, כי נתון: $\mathrm{c} \neq 0$.

$$x_2 = 1 \quad \Rightarrow \quad 1^2 - 5 \cdot 1 + \mathrm{c} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{c} = 4$$

לכן:

$$f(x) = \frac{x^2 - x^3}{x^2 - 5x + 4} = \frac{x^2\,(1-x)}{(x-4)\,(x-1)}$$

(ב) תחום הגדרה:

$$(x-4)(x-1) \neq 0 \quad \Rightarrow \quad x \neq 1 \ , \ x \neq 4$$

אם $x \neq 1 \ , \ x \neq 4$ אז:

$$f(x) = \frac{x^2\,\cancel{(1-x)}^{\,-1}}{(x-4)\,\cancel{(x-1)}} = -\frac{x^2}{x-4} = \frac{x^2}{4-x}$$

(ג)

$$x = 0 \quad \Rightarrow \quad f(0) = \frac{-0}{0-4} = 0 \quad \Rightarrow \quad (0,0)$$

$$f(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x^2}{4-x} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \quad \Rightarrow \quad (0,0)$$

(ד)

$$f'(x) = \frac{2x\,(4-x) - x^2 \cdot (-1)}{(4-x)^2} = \frac{-x^2 + 8x}{(4-x)^2}$$

$$f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad -x^2 + 8x = 0 \quad \Rightarrow \quad x(-x+8) = 0$$

$$x = 0 \quad \Rightarrow \quad y = 0 \quad \Rightarrow \quad (0,0)$$

$$x = 8 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{8^2}{4-8} = -16 \quad \Rightarrow \quad (8,-16)$$

x	x < 0	x = 0	0 < x < 1	x = 1	1 < x < 4
f′(x)	−	0	+	נקודת אי-הגדרה	+
f(x)	↘	min	↗		↗

x	x = 4	4 < x < 8	x = 8	x > 8
f′(x)	נקודת אי-הגדרה	+	0	−
f(x)		↗	max	↘

המשך בעמוד הבא ➤➤➤

$f'(0.5) = \frac{-0.25+4}{+} > 0$ $\quad$ $f'(-1) = \frac{-1-8}{+} < 0$

$f'(5) = \frac{-25+40}{+} > 0$ $\quad$ $f'(3) = \frac{-9+24}{+} > 0$

$f'(9) = \frac{-81+72}{+} < 0$

כלומר: $\max(8,-16)$, $\min(0,0)$.

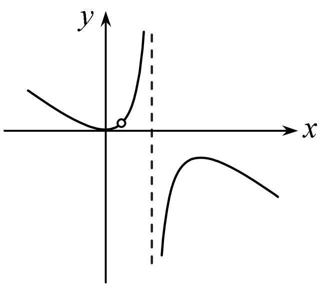
(ה) $x=4$ היא משוואת אסימפטוטה אנכית.

הפונקציה לא מוגדרת בנקודה שבה $x=1$, ובנקודה זו יש "חור" בגרף

ואין אסימפטוטה אנכית כי: $\lim_{x\to 1} f(x) = \frac{1^2}{4-1} = \frac{1}{3}$.

כמו כן, אין אסימפטוטה אופקית לגרף הפונקציה.

(ו) ראו סרטוט משמאל.



(ז) $g(x) = f(x) + 4$

כדי לקבל את גרף הפונקציה $g(x)$,

יש להעלות את גרף הפונקציה $f(x)$

4 יחידות למעלה.

כלומר, שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$

מתקיימות עבור אותם הערכים של הפונקציה $f(x)$,

אך ערכי הפונקציה $g(x)$ גדולים ב- 4 מהערכים המתאימים

של הפונקציה $f(x)$.

(9) (א) תחום הגדרה :

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow x \geq 1$$

(ב)

$$f'(x)=0 \Rightarrow \frac{\left(\mathrm{a}+\frac{\mathrm{b}}{2\sqrt{x-1}}\right)x-(\mathrm{a}x+\mathrm{b}\sqrt{x-1})}{x^2}=0$$

$$\mathrm{a}x+\frac{\mathrm{b}x}{2\sqrt{x-1}}-\mathrm{a}x-\mathrm{b}\sqrt{x-1}=0 \Rightarrow \frac{\mathrm{b}x-2\mathrm{b}x+2\mathrm{b}}{2\sqrt{x-1}}=0$$

$$-\mathrm{b}x+2\mathrm{b}=0 \Rightarrow \mathrm{b}(2-x)=0$$

הפתרון $\mathrm{b}=0$ נפסל, כי נתון $\mathrm{b}>0$.

$$x=2 \Rightarrow y=\frac{2\mathrm{a}+\mathrm{b}}{2}$$

נסמן : $\mathrm{A}=-\mathrm{b}x+2\mathrm{b}$ (מונה הנגזרת). מכיוון שהמכנה של $f'(x)$ הוא תמיד חיובי, הרי שבנקודה החשודה לקיצון, הסימן של הנגזרת השנייה של $f(x)$ זהה לסימן של A' .

$$\mathrm{A}'=(-\mathrm{b}x+2\mathrm{b})'=-\mathrm{b}<0 \Rightarrow \max$$

כלומר : $\max\left(2,\frac{2\mathrm{a}+\mathrm{b}}{2}\right)$.

נקודת קצה של תחום ההגדרה :

$$x=1 \Rightarrow y=\frac{\mathrm{a}+0}{1}=\mathrm{a} \Rightarrow \min(1,\mathrm{a})$$

(ג)

$$y_{\min}=2 \Rightarrow f(1)=2 \Rightarrow \mathrm{a}=2$$

(ד) הפונקציה עולה כאשר $1 \leq x < 2$

הפונקציה יורדת כאשר $x>2$.

(ה) המשיק הוא ישר יורד היוצר משולש שווה-שוקיים עם הצירים,

לכן שיפועו $\mathrm{m}=-1$.

גרף הפונקציה $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $y=0$, לכן :

$$f'(x)=0 \Rightarrow x=2$$

משוואת המשיק :

$$y-0=-1(x-2) \Rightarrow y=-x+2$$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

(ו) $S=-\int_2^4 f'(x)\,dx=-f(x)\Big|_2^4=-[f(4)-f(2)]=f(2)-f(4)$

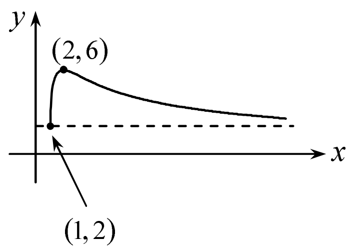
$f(2)-f(4)=4-2\sqrt{3}$

$\frac{2\cdot 2+\mathrm{b}\sqrt{2-1}}{2}-\frac{2\cdot 4+\mathrm{b}\sqrt{4-1}}{4}=4-2\sqrt{3}\quad /\cdot 4$

$8+2\mathrm{b}-8-\mathrm{b}\sqrt{3}=16-8\sqrt{3}$

$\mathrm{b}(2-\sqrt{3})=8(2-\sqrt{3})\quad\Rightarrow\quad \mathrm{b}=8$

(ז) ראו סרטוט משמאל.



גבי יקואל

משבצת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

◈ לכל הכיתות ◈ לכל השאלונים ◈ לכל הרמות