פתרון מבחן מס' 20 (ספר לימוד – שאלון 035804)

09-05-2017

(1) נסמן ב- x קמ"ש את מהירות ההליכה מ- A ל- B ,

ואז $(x+4)$ קמ"ש היא מהירות ההליכה מ- B ל- A .

המהירות הממוצעת של כל הדרך: $\overline{\text{v}} = \frac{\text{סך הדרך שעבר}}{\text{סך הזמן שעבר}} = \frac{AB+BA}{t_{AB}+t_{BA}} = 3$

$$t_{AB} = \frac{AB}{v_{AB}} = \frac{36}{x} \quad , \quad t_{BA} = \frac{BA}{v_{BA}} = \frac{36}{x+4}$$

$$\frac{36+36}{\frac{36}{x}+\frac{36}{x+4}} = 3 \Rightarrow \frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{x+4}} = 3 \Rightarrow \frac{2x(x+4)}{x+4+x} = 3$$

$$6x+12 = 2x^2+8x \Rightarrow x^2+x-6=0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1\pm 5}{2} \Rightarrow x_1 = 2 \ , \ x_2 = -3$$

הפתרון $x_2=-3$ נפסל כי מהירות היא גודל חיובי.

$t_{AB} = \frac{36}{2} =$ 18 שעות , $t_{BA} = \frac{36}{2+4} =$ 6 שעות

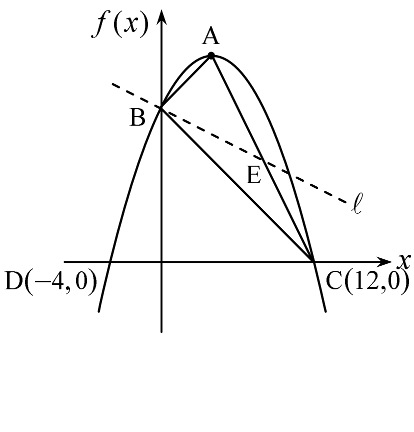
$$18-6=12$$

תשובה: הדרך הלוך (מ- A ל- B) ארכה 12 שעות יותר מאשר הדרך חזור (מ- B ל- A).

(2) (א) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2+bx+c$

הנקודות $D(-4,0)$ ו- $C(12,0)$

נמצאות על הפרבולה, לכן:



$$\begin{cases} 0 = -\frac{1}{4}\cdot(-4)^2 + b\cdot(-4)+c \\ 0 = -\frac{1}{4}\cdot 12^2 + b\cdot 12 + c \end{cases}$$

$$-\begin{cases} -4-4b+c=0 \\ -36+12b+c=0 \end{cases}$$

המשך בעמוד הבא >>>

$32-16b=0 \Rightarrow 16b=32 \Rightarrow b=2$

$-4-4\cdot 2+c=0 \Rightarrow c=12$

כלומר: $f(x)=-\frac{1}{4}x^2+2x+12$.

(ב) שיעורי קדקוד הפרבולה A :

$x_A=-\frac{b}{2a}=\frac{-2}{2\cdot(-\frac{1}{4})}=-\frac{2}{-\frac{1}{2}}=4$ או $x_A=\frac{x_D+x_C}{2}=\frac{-4+12}{2}=4$

$y_A=-\frac{1}{4}\cdot 4^2+2\cdot 4+12=16$

כלומר $A(4,16)$.

$x_B=0 \Rightarrow y_B=12 \Rightarrow B(0,12)$

$m_{AB}=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{16-12}{4-0}=\frac{4}{4}=1$, $m_{BC}=\frac{y_B-y_C}{x_B-x_C}=\frac{12-0}{0-12}=-1$

$m_{AB}\cdot m_{BC}=-1 \Rightarrow AB\perp BC \Rightarrow \measuredangle ABC=90°$

$AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}=$

$=\sqrt{(4-0)^2+(16-12)^2}=\sqrt{16+16}=\sqrt{32}$ יחידות אורך

$BC=\sqrt{(x_B-x_C)^2+(y_B-y_C)^2}=\sqrt{(0-12)^2+(12-0)^2}=$

$=\sqrt{144+144}=\sqrt{288}$ יחידות אורך

$S_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot BC}{2}=\frac{\sqrt{32}\cdot\sqrt{288}}{2}=48$ יחידות שטח

(ג) (i) מכיוון ש- ℓ **חוצה** את הקטע AC , הרי ש- E היא נקודת אמצע הקטע AC , כלומר:

$$\begin{cases} x_E=\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{4+12}{2}=8 \\ y_E=\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{16+0}{2}=8 \end{cases} \Rightarrow E(8,8)$$

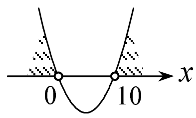
$m_{BE}=\frac{y_B-y_E}{x_B-x_E}=\frac{12-8}{0-8}=-\frac{1}{2}$

משוואת הישר ℓ (BE):

$y-12=-\frac{1}{2}(x-0) \Rightarrow y=-\frac{1}{2}x+12$

המשך בעמוד הבא >>>

(*ii*)



$$-\tfrac{1}{2}x+12>-\tfrac{1}{4}x^2+2x+12 \quad /\cdot 4$$

$$x^2-10x>0 \quad \Rightarrow \quad x(x-10)>0$$

כלומר: $x>10$ או $x<0$.

(ד) BE הוא תיכון במשולש ABC , ותיכון מחלק את המשולש לשני משולשים בעלי אותו שטח (משולשים עם אותו הגובה ובעלי אורכי צלעות שווים).

לכן: $\frac{S_{\Delta ABE}}{S_{\Delta BCE}}=1$.

(3) נגדיר מאורעות: A – גבר, B – שותה קפה.

נתון: $P(A)=0.75 \quad \Rightarrow \quad P(\bar{A})=1-P(A)=1-0.75=0.25$

(א) $P(B/A)=\frac{2}{3}\cdot P(B/\bar{A}) \quad \Rightarrow \quad \frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{2}{3}\cdot\frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(\bar{A})}$

$$\frac{4P(A\cap B)}{3}=\frac{2}{3}\cdot\frac{4P(\bar{A}\cap B)}{1} \quad \Rightarrow \quad P(A\cap B)=2\cdot P(\bar{A}\cap B)$$

כלומר ההסתברות לבחור גבר השותה קפה גדולה פי 2 מההסתברות לבחור אישה השותה קפה.

(ב) צריך לחשב $P(A/B)$.

$$P(A\cap B)+P(\bar{A}\cap B)=P(B)$$

$$2\cdot P(\bar{A}\cap B)+P(\bar{A}\cap B)=P(B) \quad \Rightarrow \quad P(\bar{A}\cap B)=\tfrac{1}{3}\cdot P(B)$$

$$P(A\cap B)=\tfrac{2}{3}\cdot P(B) \quad \Rightarrow \quad \frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad P(A/B)=\frac{2}{3}$$

כלומר $\frac{2}{3}$ מאלה ששותים קפה הם גברים.

(ג) נבנה טבלת כמויות:

$N(A)=\frac{3}{4}N=\frac{3}{4}\cdot 48=36$

$N(\bar{A})=N-N(A)=$

$=48-36=12$

	B	$\bar{B}$	סה"כ
A	20	16	36
$\bar{A}$	10	2	12
סה"כ	30	18	48

נתון: $N(\bar{A}\cap\bar{B})=2$, מכאן:

$$N(\bar{A}\cap B)=N(\bar{A})-N(\bar{A}\cap\bar{B})=12-2=10$$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

מסעיף (א): $P(A \cap B) = 2 \cdot P(\bar{A} \cap B)$

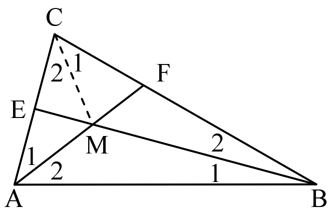
לכן: $N(A \cap B) = 2 \cdot N(\bar{A} \cap B) = 2 \cdot 10 = 20$

$N(A \cap \bar{B}) = N(A) - N(A \cap B) = 36 - 20 = 16$

מכאן: $N(\bar{B}) = 16 + 2 = 18 \ , \ N(B) = 20 + 10 = 30 \ ,$

(*i*) $N(A \cap \bar{B}) = 16$

(*ii*) $\frac{N(A \cap \bar{B})}{N(\bar{B})} = \frac{16}{18} = \frac{8}{9} \ \Rightarrow \ \frac{8}{9} \cdot 100\% = \frac{800}{9}\% = 88\frac{8}{9}\%$



(4) נתון: $BA = BC =$ 4 ס"מ, $\measuredangle AMC = 105^\circ$,

$\measuredangle A_1 = \measuredangle A_2 \ , \ \measuredangle B_1 = \measuredangle B_2$.

(א) CM הוא חוצה-זווית $\measuredangle ACB$

(כל חוצי הזוויות במשולש נחתכים

באותה נקודה)

$\measuredangle C_2 + \measuredangle A_1 = 180^\circ - \measuredangle AMC$ (סכום זוויות ב- ΔACM הוא 180°)

$\measuredangle C_1 + \measuredangle A_1 = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$ (הצבה)

$\measuredangle ACB + \measuredangle CAB = 2 \cdot (\measuredangle C_1 + \measuredangle A_1) = 2 \cdot 75^\circ = 150^\circ$

$\measuredangle ABC = 180^\circ - \measuredangle ACB - \measuredangle CAB = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

(סכום זוויות ב- ΔABC הוא 180°)

(ב) $S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot BA}{2} \sin \measuredangle ABC = \frac{4 \cdot 4}{2} \sin 30^\circ = 8 \cdot \frac{1}{2} =$ 4 סמ"ר

(ג) $AE = EC \ , \ BE \perp AC$ (חוצה זווית הראש במשולש שווה-שוקיים

הוא גם תיכון לבסיס וגם גובה לבסיס)

ב- ΔABE: $AE = AB \cdot \sin \measuredangle B_1 = 4 \sin 15^\circ$

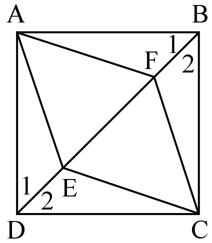
ב- ΔAEM: $EM = AE \cdot \tan \measuredangle A_1 = 4 \sin 15^\circ \tan \frac{180^\circ - 105^\circ}{2} =$

$= 4 \sin 15^\circ \tan 37.5^\circ$

$S_{\Delta ACM} = \frac{AC \cdot EM}{2} = AE \cdot EM = 4 \sin 15^\circ \cdot 4 \sin 15^\circ \tan 37.5^\circ =$

$= 16 \sin^2 15^\circ \tan 37.5^\circ \approx$ 0.822 סמ"ר

$S_{AMCB} = S_{\Delta ABC} - S_{\Delta ACM} = 4 - 0.822 =$ 3.178 סמ"ר



(5) (א) $AB = BC = CD = DA$ (תכונות ריבוע)

$\measuredangle B_1 = \measuredangle B_2 = \measuredangle D_1 = \measuredangle D_2 = 45°$ (תכונות ריבוע)

לכן: $\Delta ABF \cong \Delta CBF \cong \Delta CDE \cong \Delta ADE$

(לפי משפט חפיפה צ.ז.צ.).

מכאן: $AF = FC = CE = EA$,

כלומר המרובע AFCD הוא מעוין.

(ב) $\frac{DE}{EF} = \frac{1}{2} \Rightarrow DE = BF = \frac{1}{4}BD = \frac{1}{4} \cdot AB\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ ס"מ

$EF = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot 16\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ ס"מ

(*i*) $S_{AFCE} = \frac{d_1 d_2}{2} = \frac{AC \cdot EF}{2} = \frac{16\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{2}}{2} = 128$ סמ"ר

(*ii*) לפי משפט הקוסינוסים ב- ΔADE :

$$AE^2 = AD^2 + DE^2 - 2 \cdot AD \cdot DE \cdot \cos \measuredangle D_1$$

$$AE^2 = 16^2 + (4\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 16 \cdot 4\sqrt{2} \cos 45° =$$

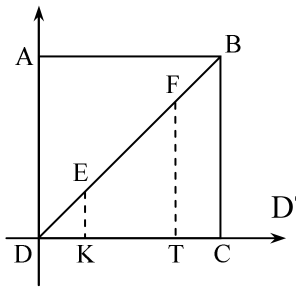
$$= 256 + 32 - 128\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 160$$

$AE = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$ ס"מ $= EC = CF = FA$

(*ii*) לפי משפט הסינוסים ב- ΔBAF :

$$\frac{BF}{\sin \measuredangle BAF} = \frac{AF}{\sin \measuredangle B_1}$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{\sin\alpha} = \frac{4\sqrt{10}}{\sin 45°} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sin 45°}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$



(ג) (*i*) $DK = DE\cos 45° = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4$

$EK = DE\sin 45° = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4$

כלומר: $E(4,4)$.

$$DT = DF\cos \measuredangle D_2 = (DE + EF)\cos 45°$$

$$= (4\sqrt{2} + 8\sqrt{2}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 12$$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

$$FT = DF\sin\measuredangle D_2 = (DE+EF)\sin 45° = (4\sqrt{2}+8\sqrt{2})\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 12$$

כלומר $F(12,12)$.

(*ii*) מרכז המעגל M הוא אמצע הקטע EF .

$$x_M = \frac{x_E + x_F}{2} = \frac{4+12}{2} = 8$$

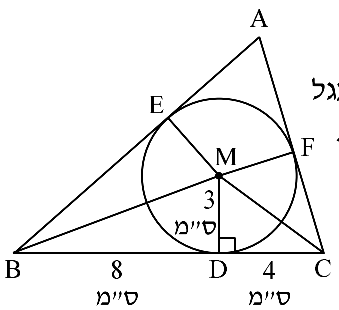
$$y_M = \frac{y_E + y_F}{2} = \frac{4+12}{2} = 8$$

כלומר: $M(8,8)$.

$$R = \tfrac{1}{2}EF = \tfrac{1}{2}\sqrt{(12-4)^2 + (12-4)^2} = 4\sqrt{2}$$

משוואת המעגל: $(x-8)^2 + (y-8)^2 = 32$

(6) (א) ניעזר במשפטים:



זווית בין משיק לרדיוס בקצהו שווה ל- $90°$,

מנקודה מחוץ למעגל יוצאים שני משיקים למעגל שווים זה לזה, ובכך שהקטע המחבר את מרכז המעגל לנקודה ממנה יוצאים שני המשיקים חוצה את הזווית בין המשיקים.

ואז ב- ΔMDC : $\tan\measuredangle MCD = \frac{3}{4}$

$$\measuredangle MCD = 36.87°$$

$$\measuredangle ACB = 2\cdot\measuredangle MCD = 73.74°$$

באופן דומה ב- ΔMBD : $\tan\measuredangle MBD = \frac{3}{8} \Rightarrow \measuredangle MBD = 20.556°$

$$\measuredangle ABC = 2\cdot\measuredangle MBD = 41.112°$$

ב- ΔABC סכום הזוויות $180°$, לכן:

$$\measuredangle BAC = 180° - 73.74° - 41.112°$$

כלומר: $\measuredangle BAC = 65.148°$.

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

(ב) לפי משפט הסינוסים ב- ΔABC :

$$\frac{AC}{\sin 41.112^\circ}=\frac{12}{\sin 65.148^\circ} \Rightarrow AC \approx 8.7 \text{ ס״מ}$$

$$\frac{AB}{\sin 73.74^\circ}=\frac{12}{\sin 65.148^\circ} \Rightarrow AB \approx 12.7 \text{ ס״מ}$$

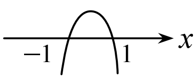
(ג) לפי משפט הסינוסים ב- ΔABC :

$$\frac{12}{\sin 65.148^\circ}=2R \Rightarrow R = 6.6123 \text{ ס״מ}$$

(7) $f(x)=x-\sqrt{a(1-x^2)}$ ($a>0$).

(א) תחום הגדרה:

$$\begin{cases} a(1-x^2)\ge 0 \\ a>0 \end{cases} \Rightarrow 1-x^2\ge 0$$



כלומר: $-1\le x\le 1$.

(ב)

$$\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=0 \Rightarrow 0=\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{a\left(1-\frac{3}{4}\right)}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a=3 \Rightarrow f(x)=x-\sqrt{3(1-x^2)}$$

(ג)

$$f'(x)=1-\frac{3\cdot(-2x)}{2\sqrt{3(1-x^2)}}=1+\frac{\sqrt{3}\,x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow 1+\frac{\sqrt{3}\,x}{\sqrt{1-x^2}}=0 \Rightarrow \sqrt{1-x^2}=-\sqrt{3}\,x$$

האגף השמאלי הוא חיובי או אפס, לכן גם האגף הימני חייב להיות אי-שלילי, כלומר: $-\sqrt{3}\,x\ge 0 \Rightarrow x\le 0$

בתנאי ש- $x\le 0$, נעלה בריבוע את שני אגפי המשוואה:

$$1-x^2=3x^2 \Rightarrow x^2=\frac{1}{4} \Rightarrow x=\pm\frac{1}{2} \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$$

$$y=-\frac{1}{2}-\sqrt{3\left(1-\frac{1}{4}\right)}=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{9}{4}}=-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-2$$

כלומר נקודה ״חשודה״ לקיצון: $\left(-\frac{1}{2},-2\right)$.

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

x	$-1 \le x < -\frac{1}{2}$	$x = -\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} < x \le 1$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	min	↗

$$f'\left(-\tfrac{3}{4}\right) = 1 + \frac{\sqrt{3}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)}{\sqrt{1-\frac{9}{16}}} < 0 \qquad f'(0) = 1 + \frac{\sqrt{3}\cdot 0}{+} > 0$$

$$f(-1) = -1 - \sqrt{3(1-1)} = -1 \qquad f(1) = 1 - \sqrt{3(1-1)} = 1$$

כלומר: מקסימום מקומי: $(-1,-1)$,

מינימום מקומי ומוחלט: $\left(-\frac{1}{2},-2\right)$,

מקסימום מקומי ומוחלט: $(1,1)$.

(ד) תחום עלייה: $-\frac{1}{2} < x \le 1$, תחום ירידה: $-1 \le x < -\frac{1}{2}$.

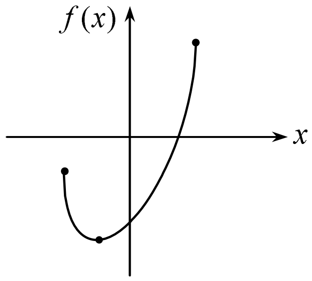
(ה) $x = 0 \;\Rightarrow\; f(0) = 0 - \sqrt{3\cdot 1} = -\sqrt{3} \;\Rightarrow\; (0,-\sqrt{3})$

$$f(x) = 0 \;\Rightarrow\; 0 = x - \sqrt{3(1-x^2)} \;\Rightarrow\; \sqrt{3(1-x^2)} = x$$

בתנאי ש- $x \ge 0$ נעלה בריבוע את שני האגפים ונקבל:

$$3(1-x^2) = x^2 \;\Rightarrow\; 4x^2 = 3 \;\Rightarrow\; x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2} \;\Rightarrow\; \left(\frac{\sqrt{3}}{2},0\right)$$

(ו) ראו סרטוט משמאל.



(ז) (i) הגרף של $g(x)$ מתקבל

על-ידי הזזה של הגרף של $f(x)$

כלפי מעלה בשתי יחידות

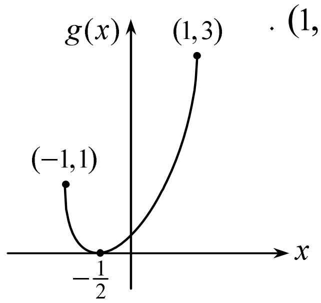
(ראו סרטוט משמאל למטה).

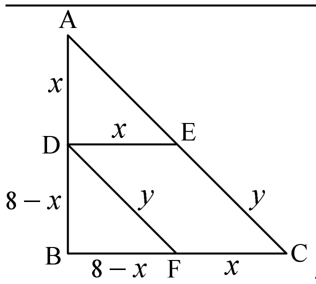
(ii) נקודות הקצה של $g(x)$: $(-1,1)$, $(1,3)$.

שיפוע הישר: $m = \frac{3-1}{1+1} = 1$

משוואת הישר:

$$y - 1 = 1\cdot(x+1) \;\Rightarrow\; y = x + 2$$





(8) (א) נתון: $AB = BC = 8$ ס״מ , $\measuredangle ABC = 90^\circ$,

$DE \parallel FC$, $DF \parallel EC$.

נסמן: y ס״מ $= DF = EC$,

x ס״מ $= FC = DE$.

ΔADE ו- ΔBDF הם משולשים שווי-שוקיים

($\measuredangle A = \measuredangle AED = \measuredangle BDF = \measuredangle BFD = 45^\circ$)

לכן: x ס״מ $= AD = DE$,

$8 - x$ ס״מ $= DB = BF = BC - FC$.

$$F(x) = S_{\text{DECF}} = FC \cdot H = FC \cdot DB = x(8-x) = 8x - x^2$$

$$F'(x) = 0 \;\;\Rightarrow\;\; 8 - 2x = 0 \;\;\Rightarrow\;\; x = 4$$

$$F''(x) = -2 < 0 \;\;\Rightarrow\;\; \max$$

לפי משפט פיתגורס ב- ΔDBF :

$$(8-x)^2 + (8-x)^2 = y^2$$

$$y^2 = 4^2 + 4^2 = 32 \;\;\Rightarrow\;\; y = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

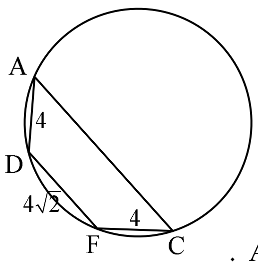
כלומר למקבילית יש שטח מקסימלי כאשר:

$4\sqrt{2}$ ס״מ $= DF$, 4 ס״מ $= FC$.

(ב) לא, כי $DE \neq DF$.

(ג) $DF \parallel EC$ (צלעות נגדיות במקבילית מקבילות זו לזו). מכאן: $DF \parallel AC$.

כמו-כן, 4 ס״מ $= FC = AD$, ולכן $ADFC$ הוא טרפז שווה-שוקיים.



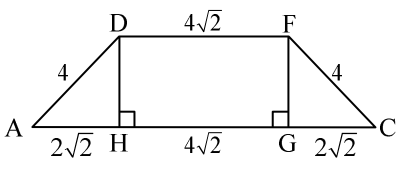
(ד) לפי משפט פיתגורס ב- ΔABC :

$$AC^2 = 8^2 + 8^2 \;\;\Rightarrow\;\; AC = 8\sqrt{2} \text{ ס״מ}$$

נוריד אנכים FG ו- DH לבסיס AC .

$\Delta FGC \cong \Delta DHA$ ו- $DFGH$ הוא מלבן,

לכן: $4\sqrt{2}$ ס״מ $= HG$, $2\sqrt{2}$ ס״מ $= AH = GC$.



ב- ΔFGC :

$$\cos \measuredangle C = \frac{2\sqrt{2}}{4} \;\;\Rightarrow\;\; \measuredangle C = 45^\circ$$

ואז: $\measuredangle ADF = 135^\circ$.

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

לפי משפט הקוסינוסים ב- $\Delta\,\mathrm{ADF}$:

$$\mathrm{AF}^2 = 4^2 + (4\sqrt{2})^2 - 2\cdot 4\cdot 4\sqrt{2}\cdot\cos 135^\circ$$

$$\mathrm{AF}^2 = 80 \quad\Rightarrow\quad \mathrm{AF} = \sqrt{80} \text{ ס"מ}$$

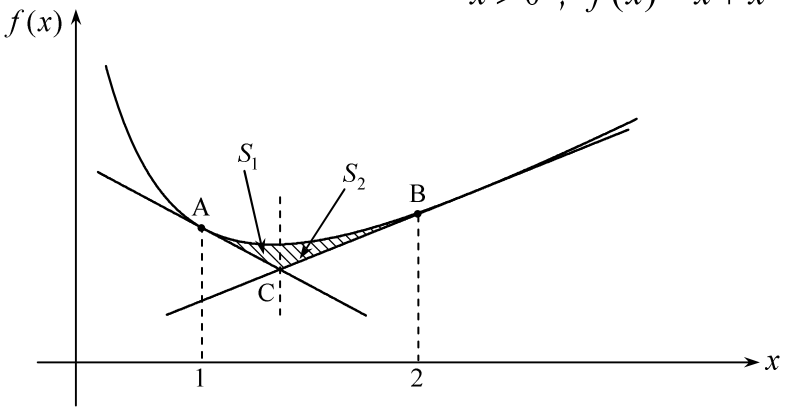
לפי משפט הסינוסים ב- $\Delta\,\mathrm{ADF}$:

$$\frac{\mathrm{AF}}{\sin 135^\circ} = 2\mathrm{R}$$

$$\mathrm{R} = \frac{\sqrt{80}}{2\sin 135^\circ} = \sqrt{40} \approx 6.32456 \text{ ס"מ}$$

הערה: המעגל החוסם את הטרפז ADFC חוסם גם את $\Delta\,\mathrm{ADF}$.

(9) $x > 0 \ , \ f(x) = x + x^{-2} = x + \frac{1}{x^2}$



$$x_{\mathrm{A}} = 1 \;\Rightarrow\; y_{\mathrm{A}} = 1 + \frac{1}{1^2} = 2 \;\Rightarrow\; \mathrm{A}(1,2)$$

$$x_{\mathrm{B}} = 2 \;\Rightarrow\; y_{\mathrm{B}} = 2 + \frac{1}{2^2} = 2\tfrac{1}{4} \;\Rightarrow\; \mathrm{B}\left(2, 2\tfrac{1}{4}\right)$$

$$f'(x) = 1 - 2x^{-3} = 1 - \frac{2}{x^3}$$

$$\mathrm{m_A} = f'(1) = 1 - \frac{2}{1^3} = -1 \;\Rightarrow\; y - 2 = -1\cdot(x-1) \;\Rightarrow\; y = -x + 3$$

$$\mathrm{m_B} = f'(2) = 1 - \frac{2}{2^3} = \frac{3}{4} \;\Rightarrow\; y - 2\tfrac{1}{4} = \frac{3}{4}(x-2) \;\Rightarrow\; y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$$

המשך בעמוד הבא ›››

מציאת שיעורי הנקודה C :

$$\begin{cases} y = -x + 3 \\ y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{4}x + \frac{3}{4} = -x + 3$$

$$1\frac{3}{4}x = 2\frac{1}{4} \Rightarrow x = 1\frac{2}{7} = \frac{9}{7}$$

נחלק את השטח המבוקש לשני שטחים.

$$S_1 = \int_1^{\frac{9}{7}} (x + x^{-2} + x - 3)\,dx = \int_1^{\frac{9}{7}} (2x + x^{-2} - 3)\,dx = \left(x^2 - \frac{1}{x} - 3x\right)\Big|_1^{\frac{9}{7}} =$$

$$= \left(\frac{81}{49} - \frac{7}{9} - \frac{27}{7}\right) - \left(1 - \frac{1}{1} - 3 \cdot 1\right) = \frac{8}{441}$$ יחידות שטח

$$S_2 = \int_{\frac{9}{7}}^{2} \left(x + x^{-2} - \frac{3x}{4} - \frac{3}{4}\right)dx =$$

$$= \int_{\frac{9}{7}}^{2} \left(\frac{x}{4} + x^{-2} - \frac{3}{4}\right)dx = \left(\frac{x^2}{8} - \frac{1}{x} - \frac{3x}{4}\right)\Big|_{\frac{9}{7}}^{2} =$$

$$= \left(\frac{4}{8} - \frac{1}{2} - \frac{6}{4}\right) - \left(\frac{81}{49 \cdot 8} - \frac{7}{9} - \frac{27}{28}\right) = \frac{125}{3{,}528}$$ יחידות שטח

ואז: $S = S_1 + S_2 = \frac{3}{56}$ יחידות שטח.

גבי יקואל

משבצת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

◈ לכל הכיתות ◈ לכל השאלונים ◈ לכל הרמות