פתרון מבחן מס' 19 (ספר לימוד – שאלון 035804)

09-05-2017

(1) (א) מהירות ההתקרבות של שני הרוכבים היא $(v+75)$ קמ"ש,

לכן הזמן שעבר מיציאת הרוכבים ועד הפגישה: $t=\frac{160}{v+75}$ שעות

לפי הנתון בשאלה, נרכיב את המשוואות:

$$\begin{cases}\frac{160}{v+75}<1\\0<v\le 120\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}160<v+75\\0<v\le 120\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}v>85\\0<v\le 120\end{cases}$$

תשובה: 85 קמ"ש $< v \le 120$ קמ"ש.

(ב) (i) $t=\frac{160}{100}=1.6$ שעות $=1$ שעה ו- 36 דקות

(ii) הפגישה בין הרוכבים התרחשה אחרי:

$t=\frac{160}{100+75}=\frac{160}{175}=\frac{32}{35}$ שעה

רוכב ב' עבר את כל הדרך ב- $\frac{160}{100}=1\frac{3}{5}$ שעות, כלומר רוכב ב' היה

בדרך $1\frac{3}{5}-\frac{32}{35}=\frac{24}{35}$ שעה מרגע הפגישה ועד שהגיע לעיר A.

בזמן הזה, רוכב א' עבר דרך של:

$S=75\cdot\frac{24}{35}=\frac{360}{7}=51\frac{3}{7}$ ק"מ

(2) (א) מכפלת שיפועים של ישרים מאונכים שווה ל- -1, לפיכך:

$$m_{AB}\cdot 2=-1\ \Rightarrow\ m_{AB}=-\frac{1}{2}$$

משוואת AB:

$$y-y_A=m_{AB}(x-x_A)$$

$$y-4=-\frac{1}{2}(x+6)\ \Rightarrow\ y=-\frac{x}{2}+1$$

שיעורי הנקודה K (נקודת אמצע AB):

$$\begin{cases}y=-\frac{x}{2}+1\\y=2x+1\end{cases}\Rightarrow -\frac{x}{2}+1=2x+1\Rightarrow x=0$$

$$x=0\ \Rightarrow\ y=2\cdot 0+1=1\ \Rightarrow\ K(0,1)$$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

נמצא את שיעורי הנקודה B לפי נוסחת שיעורי אמצע קטע:

$$x_K=\frac{x_A+x_B}{2}\ \Rightarrow\ 0=\frac{-6+x_B}{2}\ \Rightarrow\ x_B=6$$

$$y_K=\frac{y_A+y_B}{2}\ \Rightarrow\ 1=\frac{4+y_B}{2}\ \Rightarrow\ y_B=-2$$

כלומר $B(6,-2)$.

(ב) K היא נקודת אמצע AB , לכן מרכז המעגל המבוקש הוא בנקודה K .

רדיוס המעגל: $R=AK$.

$$R=AK=\sqrt{(x_K-x_A)^2+(y_K-y_A)^2}=$$

$$=\sqrt{(0+6)^2+(1-4)^2}=\sqrt{45}\ \text{יחידות אורך}$$

משוואת המעגל:

$$(x-0)^2+(y-1)^2=(\sqrt{45})^2$$

$$x^2+(y-1)^2=45$$

(ג) משיק למעגל מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה, לכן:

$$m_{\text{משיק}}\cdot m_{KB}=-1\ \Rightarrow\ m_{\text{משיק}}\cdot\left(-\tfrac{1}{2}\right)=-1\ \Rightarrow\ m_{\text{משיק}}=2$$

משוואת המשיק:

$$y-y_B=m_{\text{משיק}}(x-x_B)$$

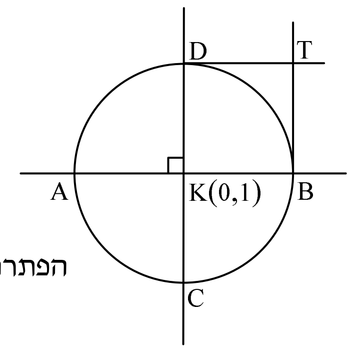
$$y+2=2(x-6)\ \Rightarrow\ y=2x-14$$

(ד) (i) נמצא את שיעורי הנקודה D :

$$\begin{cases}x^2+(y-1)^2=45\\ y=2x+1\ \Rightarrow\ y-1=2x\end{cases}$$

$$x^2+(2x)^2=45$$

$$5x^2=45\ \Rightarrow\ x_1=3\ ,\ x_2=-3$$



הפתרון $x_2=-3$ נפסל כי $x_D>0$.

$$x=3\ \Rightarrow\ y=2\cdot3+1=7\ \Rightarrow\ D(3,7)$$

המשיק למעגל בנקודה D מאונך ל- DK ,

כלומר מקביל ל- AB , לכן משוואתו:

$$y=-\frac{x}{2}+b\ \Rightarrow\ 7=-\frac{3}{2}+b\ \Rightarrow\ b=\frac{17}{2}\ \Rightarrow\ y=-\frac{x}{2}+\frac{17}{2}$$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

(*ii*) נקודות החיתוך של DT ו- BT :

$$\begin{cases} y=-\frac{x}{2}+\frac{17}{2} \\ y=2x-14 \end{cases} \Rightarrow \quad 2x-14=-\frac{x}{2}+\frac{17}{2} \quad / \cdot 2$$

$$4x-28=-x+17 \quad \Rightarrow \quad 5x=45 \quad \Rightarrow \quad x=9$$

$$y=2\cdot 9-14=4 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{T}(9,4)$$

(*iii*) $\mathrm{A}(-6,4)$, $\mathrm{T}(9,4)$.

מכיוון שלשתי הנקודות יש אותו שיעור y ,

הרי שהקטע המחבר ביניהן מקביל לציר ה- x .

(3) נסמן מאורעות :

A – סטודנט עבר את המבחן הראשון,

B – סטודנט עבר את המבחן השני.

נתון : $\mathrm{P(A)}=0.6$, $\mathrm{P(B)}=0.4$, $\mathrm{P(A\cup B)}=0.8$

(א)
$$\mathrm{P(A\cup B)}=0.8=\mathrm{P(A)}+\mathrm{P(B)}-\mathrm{P(A\cap B)}$$

$$\mathrm{P(A\cap B)}=\mathrm{P(A)}+\mathrm{P(B)}-0.8=0.6+0.4-0.8=0.2$$

כלומר, 20% מהסטודנטים עברו את שתי הבחינות

ומתקבלים ללימודים.

(ב) (*i*)
$$\mathrm{P}(\text{יתקבל})=0.2 \ , \ \mathrm{P}(\text{לא יתקבל})=1-0.2=0.8$$

$$\mathrm{P}(\text{הראשון יתקבל , השני לא יתקבל})=$$

$$=\mathrm{P}(\text{הראשון יתקבל})\cdot\mathrm{P}(\text{השני לא יתקבל})=0.2\cdot 0.8=0.16$$

(*ii*)
$$\mathrm{P}(\text{בדיוק אחד יתקבל})=$$

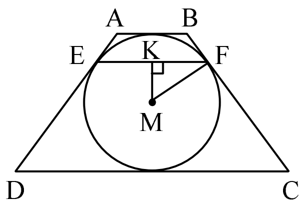
$$=\mathrm{P}(\text{הראשון יתקבל , השני לא יתקבל})+$$

$$+\mathrm{P}(\text{הראשון לא יתקבל , השני יתקבל})=0.16+0.16=0.32$$

(ג)
$$\mathrm{P}(\text{התקבל / עבר מבחן ראשון})=\frac{\mathrm{P(A\cap B)}}{\mathrm{P(A)}}=\frac{0.2}{0.6}=\frac{1}{3}$$

(4) נתון: $R=10$ ס"מ , $EF=16$ ס"מ ,

$AB \parallel DC$, $AD=BC$.



(א) נעביר: $MK \perp EF$, מכאן:

$EK = KF = \frac{1}{2}EF = 8$ ס"מ

(רדיוס המאונך למיתר, חוצה אותו).

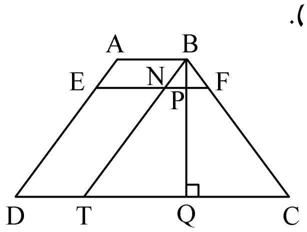
$MF = R = 10$ ס"מ .

לפי משפט פיתגורס ב- ΔMKF : $MF^2 = KM^2 + KF^2$

$KM^2 = MF^2 - KF^2 = 100 - 64 = 36 \Rightarrow KM = 6$ ס"מ

(ב) נסמן: $AB = a$, $DC = b$. מכאן: $AD = BC = \frac{a+b}{2}$

(במרובע החוסם מעגל, $AB + DC = AD + BC$).



נעביר: $BT \parallel AD$, $BQ \perp DC$.

$BP = R - KM = 10 - 6 = 4$ ס"מ

$PQ = R + KM = 10 + 6 = 16$ ס"מ

$TC = DC - DT = b - a$ ס"מ

$NF = EF - EN = EF - AB = 16 - a$ ס"מ

לפי משפט תאלס (הרכבה I): $\frac{NF}{TC} = \frac{BF}{BC} = \frac{BP}{BQ}$

$$\frac{16-a}{b-a} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \Rightarrow 80 - 5a = b - a \Rightarrow b = 80 - 4a$$

לפי משפט פיתגורס ב- ΔBCQ : $BC^2 = BQ^2 + QC^2$

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = 20^2 + \left(\frac{b-a}{2}\right)^2$$

$$\frac{a^2+b^2+2ab}{4} = 400 + \frac{a^2+b^2-2ab}{4} \Rightarrow ab = 400$$

נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} b = 80 - 4a \\ ab = 400 \end{cases} \Rightarrow 80a - 4a^2 = 400 \Rightarrow a^2 - 20a + 100 = 0$$

$$(a-10)^2 = 0 \Rightarrow a = 10$$

המשך בעמוד הבא ➤➤➤

$AB = a = 10$ ס"מ

$DC = b = 80 - 4 \cdot 10 = 40$ ס"מ

$AD = BC = \frac{a+b}{2} = \frac{10+40}{2} = 25$ ס"מ

(ג) $S_{ABCD} = \frac{AB+CD}{2} \cdot h = \frac{10+40}{2} \cdot 20 = 500$ סמ"ר

(ד) ב- ΔBQC :

$\sin \measuredangle C = \frac{BQ}{BC} = \frac{20}{25} = 0.8$

$\measuredangle C = \measuredangle D = 53.13°$

$\measuredangle A = \measuredangle B = 180° - 53.13° = 126.87°$

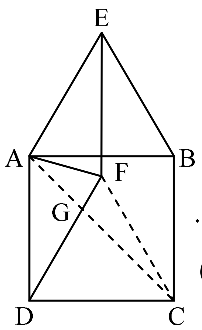
(ה) לפי משפט הקוסינוסים ב- ΔBCD :

$BD^2 = CB^2 + CD^2 - 2 \cdot CB \cdot CD \cdot \cos \measuredangle C$

$BD^2 = 25^2 + 40^2 - 2 \cdot 25 \cdot 40 \cdot \cos 53.13° =$

$= 625 + 1{,}600 - 2{,}000 \cdot 0.6 = 1{,}025$

$BD = \sqrt{1{,}025} = 5\sqrt{41}$ ס"מ



(5) (א) + (ב)

$\measuredangle EAF = \measuredangle EAB + \measuredangle BAF = 60° + 15° = 75°$

$\measuredangle EFA = 180° - 30° - 75° = 75°$

(לפי סכום זוויות ב- ΔAFE), כלומר: $\measuredangle EAF = \measuredangle EFA$.

$AE = AF$ (במשולש מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות)

מכאן: $AE = AD$.

$\measuredangle FAD = 90° - 15° = 75°$

$\Delta EAF \cong \Delta DAF$ (לפי משפט חפיפה צ.ז.צ.) .

$EF \perp AB$ (חוצה-זווית במשולש שווה-צלעות הוא גם גובה למשולש)

$AD \perp AB$, כלומר נסיק: $EF \parallel AD$,

ובסך הכול נקבל: $AEFD$ מקבילית.

אבל $AE = AB = AD$, לכן $AEFD$ הוא מעוין.

המשך בעמוד הבא ➤➤➤

(ג) לפי משפט הקוסינוסים ב- ΔAEF :

$$AF^2 = AE^2 + FE^2 - 2 \cdot AE \cdot FE \cdot \cos \measuredangle E$$
$$AF^2 = 16 + 16 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos 30° = 32 - 32 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 16(2-\sqrt{3})$$
$$AF = \sqrt{16(2-\sqrt{3})} \approx 2.071 \text{ ס״מ}$$

(ד) (*i*) מרובע EBCF הוא מקבילית (מרובע שבו זוג צלעות נגדיות שוות ומקבילות : $EF = BC$, $EF \parallel BC$).

$$\measuredangle BCF = \measuredangle BEF = 30°$$ (זוויות נגדיות במקבילית שוות)

$$\measuredangle BCA = \frac{1}{2} \cdot 90° = 45°$$
$$\measuredangle ACF = \measuredangle BCA - \measuredangle BCF = 45° - 30° = 15°$$

(*ii*) $\measuredangle FAD = 75°$ (הוכחנו בסעיף (א))

$\measuredangle DAG = 45°$ (אלכסון ריבוע חוצה את $\measuredangle DAB$)

$\measuredangle GAF = 75° - 45° = 30°$ (חיסור זוויות)

(ז) $\measuredangle FAG = \measuredangle FAD = 30°$

(ז) $\measuredangle AFG = \measuredangle AFD$

$\Downarrow$

$\Delta AFG \sim \Delta DAF$ (לפי משפט דמיון ז.ז.)

(*iii*) יחס שטחים של משולשים דומים שווה לריבוע יחס הדמיון בין הצלעות המתאימות, לכן :

$$\frac{S_{\Delta AGF}}{S_{\Delta DAF}} = \left(\frac{AF}{DA}\right)^2 = \left(\frac{4\sqrt{2-\sqrt{3}}}{4}\right)^2 = 2-\sqrt{3}$$

(ה) ב- ΔACF : $\measuredangle C = 15°$, $\measuredangle A = 30°$ (מצאנו קודם).

$$\measuredangle F = 180° - 30° - 15° = 135°$$

לפי משפט פיתגורס ב- ΔADC :

$$AC^2 = 4^2 + 4^2 = 32 \quad \Rightarrow \quad AC = 4\sqrt{2} \text{ ס״מ}$$

לפי משפט הסינוסים ב- ΔACF :

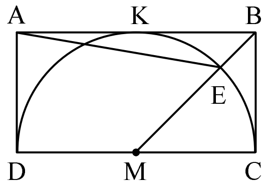
$$\frac{AC}{\sin \measuredangle F} = 2R$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{\sin 135°} = 2R \quad \Rightarrow \quad R = \frac{2\sqrt{2}}{\sin 135°} = \frac{2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 4 \text{ ס״מ}$$

מכיוון ש- $R = 4$ ס״מ וגם $AD = FD = CD = 4$ ס״מ ,

הרי שמרכז המעגל החוסם את ΔACF נמצא בנקודה D .

(6) (א) נסמן ב- K את נקודת ההשקה של החצי מעגל עם הצלע AB.



נסמן: R רדיוס החצי מעגל M,

ואז: $AB = DC = 2R$.

$MK \perp AB$ (משיק למעגל מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה)

$\Downarrow$

$KM \parallel BC$

$\Downarrow$

$KBCM$ מלבן (מרובע בעל שני זוגות צלעות נגדיות מקבילות ובעל זווית ישרה)

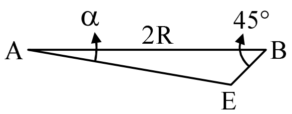
$\Downarrow$

$BC = KM = R$ (צלעות נגדיות במלבן שוות)

$\Downarrow$

$AB = 2 \cdot BC$

(ב) נתבונן ב- ΔABE.



$\measuredangle ABE = 45°$ (ΔMCB הוא משולש שווה-שוקיים וישר זווית, ולכן $\measuredangle MBC = 45°$)

נסמן: $\measuredangle BAE = \alpha$, ואז: $\measuredangle AEB = 180° - 45° - \alpha = 135° - \alpha$

$AB = 2R$

$$BE = BM - ME = \sqrt{MC^2 + BC^2} - ME =$$

$$= \sqrt{R^2 + R^2} - R = \sqrt{2}R - R = R(\sqrt{2} - 1)$$

לפי משפט הסינוסים ב- ΔABE:

$$\frac{AB}{\sin\measuredangle E} = \frac{BE}{\sin\measuredangle A}$$

$$\frac{2R}{\sin(135° - \alpha)} = \frac{R(\sqrt{2} - 1)}{\sin\alpha} \quad /:R \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{\sin(45° + \alpha)} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sin\alpha}$$

$$2\sin\alpha = \left(\sqrt{2} - 1\right)\left(\sin 45° \cos\alpha + \cos 45° \cdot \sin\alpha\right)$$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

$$2\sin\alpha=\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha\right)$$

$$2\sin\alpha=\cos\alpha+\sin\alpha-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha$$

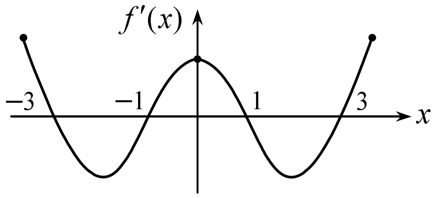
$$\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\sin\alpha=\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cos\alpha$$

$$\tan\alpha=\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}\quad\Rightarrow\quad\alpha=\measuredangle BAE=9.74^\circ$$

(ג)
$$S_{\Delta ABE}=\frac{AB\cdot BE}{2}\cdot\sin\measuredangle B=\frac{2R\cdot R(\sqrt{2}-1)}{2}\cdot\sin 45^\circ=$$

$$=R^2(\sqrt{2}-1)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{R^2}{2}\cdot(2-\sqrt{2})\approx 0.2929R^2$$

(7) (א) לפונקציה זוגית $f'(x)$ גרף סימטרי ביחס לציר ה- y , לכן:



(ב) לפונקציה יש נקודות קיצון כאשר $f'(x)=0$ ומחליפה את סימנה:

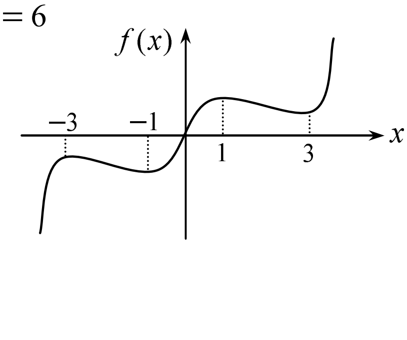
$$x_{max}=-3\ ,\ x_{min}=-1\ ,\ x_{max}=1\ ,\ x_{min}=3$$

(ג) גרף של פונקציה אי-זוגית $f(x)$ הוא סימטרי ביחס לראשית הצירים,

לכן:

$$f(-3)_{max}=-4\quad\Rightarrow\quad f(3)_{min}=-(-4)=4$$

$$f(-1)_{min}=-6\quad\Rightarrow\quad f(1)_{max}=-(-6)=6$$



המשך בעמוד הבא >>>

(ד) עבור $1 < x < 3$ גרף הפונקציה $f'(x)$ נמצא מתחת לציר ה- x , לכן:

$$S = -\int_1^3 f'(x)\,dx = -f(x)\Big|_1^3 = -[f(3) - f(1)] =$$

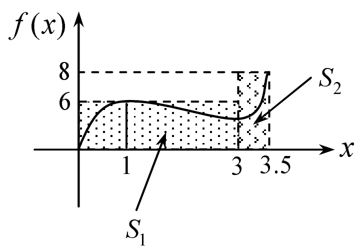
$$= -(4-6) = 2 \text{ יחידות שטח}$$

(ה)

$$S_1 = \int_0^3 f(x)\,dx < S_{\text{מלבן שמאלי}} = 3 \cdot 6 = 18 \text{ יחידות שטח}$$

$$S_2 = \int_3^{3.5} f(x)\,dx < S_{\text{מלבן ימני}} = 0.5 \cdot 8 = 4 \text{ יחידות שטח}$$

$$S = \int_0^{3.5} f(x)\,dx < 18 + 4 = 22 \text{ יחידות שטח}$$



(8) **(א)** נתון: $f'(\mathrm{a}) = -3$.

$$f'(x) = \frac{2x\,(x^2 - \mathrm{a}x + \mathrm{a}) - x^2\,(2x - \mathrm{a})}{(x^2 - \mathrm{a}x + \mathrm{a})^2}$$

$$f'(\mathrm{a}) = -3 \quad \Rightarrow \quad \frac{2\mathrm{a}\,(\mathrm{a}^2 - \mathrm{a}^2 + \mathrm{a}) - \mathrm{a}^2\,(2\mathrm{a} - \mathrm{a})}{(\mathrm{a}^2 - \mathrm{a}^2 + \mathrm{a})^2} = -3$$

$$\frac{2\mathrm{a}^2 - \mathrm{a}^3}{\mathrm{a}^2} = -3 \quad \Rightarrow \quad 2 - \mathrm{a} = -3 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{a} = 5$$

$$f'(x) = \frac{2x\,(x^2 - 5x + 5) - x^2\,(2x - 5)}{(x^2 - 5x + 5)^2} = \frac{-5x^2 + 10x}{(x^2 - 5x + 5)^2} = \frac{5x\,(2 - x)}{(x^2 - 5x + 5)^2}$$

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 5x + 5}$$

המשך בעמוד הבא ⮜⮜⮜

(ב) $x^2-5x+5\neq 0 \;\Rightarrow\; x\neq \frac{5\pm\sqrt{25-20}}{2} \;\Rightarrow\; x\neq\frac{5\pm\sqrt5}{2}$

(ג) $f'(x)=0 \;\Rightarrow\; \frac{5x\,(2-x)}{(\;)^2}=0 \;\Rightarrow\; 5x(2-x)=0$

$x_1=0 \;\Rightarrow\; y_1=0 \;\Rightarrow\; (0,0)$

$x_2=2 \;\Rightarrow\; y_2=\frac{4}{4-10+5}=-4 \;\Rightarrow\; (2,-4)$

x	x < 0	x = 0	$0 < x < \frac{5-\sqrt5}{2}$	$x = \frac{5-\sqrt5}{2}$	$\frac{5-\sqrt5}{2} < x < 2$
f′(x)	−	0	+	נקודת אי-הגדרה	+
f(x)	↘	min	↗		↗

x	x = 2	$2 < x < \frac{5+\sqrt5}{2}$	$x = \frac{5+\sqrt5}{2}$	$x > \frac{5+\sqrt5}{2}$
f′(x)	0	−	נקודת אי-הגדרה	−
f(x)	max	↘		↘

$f'(-1)=\frac{-5-10}{+}<0 \qquad f'(1)=\frac{-5+10}{+}>0 \qquad f'(1.5)=\frac{-12.25+15}{+}>0$

$f(3)=\frac{-45+30}{+}<0 \qquad f'(4)=\frac{-80+40}{+}<0$

תשובה: $\min(0,0)\ ,\ \max(2,-4)$.

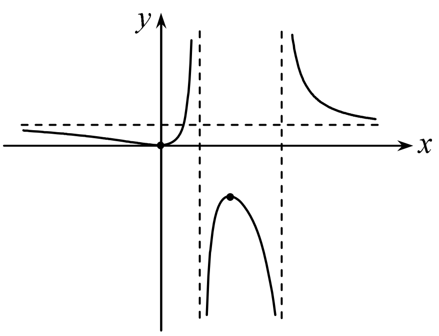
(ד) $x=0 \;\Rightarrow\; f(0)=\frac{0^2}{0^2-5\cdot0+5}=0 \;\Rightarrow\; (0,0)$

$y=0 \;\Rightarrow\; 0=\frac{x^2}{x^2-5x+5} \;\Rightarrow\; x^2=0 \;\Rightarrow\; x=0 \;\Rightarrow\; (0,0)$

(ה) אסימפטוטות אנכיות: $x=\frac{5\pm\sqrt5}{2}$

אסימפטוטה אופקית: $y=1$

(ו) ראו סרטוט משמאל.



(9) נסמן: x ס"מ $= \mathrm{ED}$, ואז: $(x+4)$ ס"מ $= \mathrm{FE}$.

$\mathrm{DC} = \mathrm{AD} = \mathrm{AB} = \mathrm{BC} =$ ס"מ $(10-x)$

(א) פונקציית המטרה:

$$\mathrm{F} = S_{\mathrm{ABCD}} + S_{\Delta \mathrm{EFD}} = \mathrm{DC}^2 + \frac{\mathrm{ED}\cdot\mathrm{EF}}{2}$$

$$\mathrm{F}(x) = (10-x)^2 + \frac{x\,(x+4)}{2} = \frac{3x^2}{2} - 18x + 100$$

$$\mathrm{F}'(x) = 0 \;\Rightarrow\; 3x - 18 = 0 \;\Rightarrow\; 3x = 18 \;\Rightarrow\; x = 6 \text{ ס"מ}$$

$$\mathrm{F}''(x) = 3 > 0 \;\Rightarrow\; \min$$

תשובה: סכום השטחים של המשולש והריבוע יהיה מינימלי עבור 6 ס"מ $= \mathrm{ED}$.

(ב) 4 ס"מ $= \mathrm{DC} = \mathrm{AD}$, 6 ס"מ $= \mathrm{ED}$, 10 ס"מ $= \mathrm{EF}$.

לפי משפט פיתגורס ב- $\Delta\,\mathrm{DEF}$:

$$\mathrm{FD}^2 = \mathrm{EF}^2 + \mathrm{ED}^2 \;\Rightarrow\; \mathrm{FD}^2 = 10^2 + 6^2 = 136$$

$$\mathrm{FD} = \sqrt{136} \text{ ס"מ} \;\Rightarrow\; \mathrm{MD} = \tfrac{1}{2}\cdot\mathrm{FD} = \frac{\sqrt{136}}{2} = \sqrt{34} \text{ ס"מ}$$

(i) ב- $\Delta\,\mathrm{EDF}$:

$$\tan\measuredangle\mathrm{FDE} = \frac{\mathrm{FE}}{\mathrm{ED}} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \;\Rightarrow\; \measuredangle\mathrm{FDE} = 59.036^\circ$$

$\measuredangle\mathrm{BDC} = 45^\circ$ (אלכסון בריבוע חוצה את הזווית $\measuredangle\mathrm{ADC} = 90^\circ$)

$$\measuredangle\mathrm{MDO} = 180^\circ - 59.036^\circ - 45^\circ = 75.964^\circ$$

(ii) לפי משפט פיתגורס ב- $\Delta\,\mathrm{BCD}$:

$$\mathrm{DB}^2 = \mathrm{DC}^2 + \mathrm{BC}^2 \;\Rightarrow\; \mathrm{DB}^2 = 4^2 + 4^2 = 32$$

$$\mathrm{DB} = \sqrt{32} \text{ ס"מ} \;\Rightarrow\; \mathrm{DO} = \tfrac{1}{2}\cdot\mathrm{DB} = \frac{\sqrt{32}}{2} = \sqrt{8} \text{ ס"מ}$$

לפי משפט הקוסינוסים ב- $\Delta\,\mathrm{MOD}$:

$$\mathrm{MO}^2 = \mathrm{MD}^2 + \mathrm{DO}^2 - 2\cdot\mathrm{MD}\cdot\mathrm{DO}\cdot\cos\measuredangle\mathrm{MDO}$$

$$\mathrm{MO}^2 = 34 + 8 - 2\cdot\sqrt{34}\cdot\sqrt{8}\cdot\cos 75.964^\circ = 34$$

$$\mathrm{MO} = \sqrt{34} \text{ ס"מ}$$

(iii)

$$S_{\Delta\mathrm{MDO}} = \frac{\mathrm{MD}\cdot\mathrm{DO}}{2}\cdot\sin\measuredangle\mathrm{MDO} = \frac{\sqrt{34}\cdot\sqrt{8}}{2}\cdot\sin 75.964 = 8 \text{ סמ"ר}$$

גבי יקואל

משבצת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

◊ לכל הכיתות ◊ לכל השאלונים ◊ לכל הרמות