פתרון מבחן מס' 18 (ספר לימוד – שאלון 035804)

09-05-2017

(1) (א) במנסרה: $AA' = BB' = CC' = H$

לפי הנתון (שטח שלוש פאות צדדיות), נקבל:

$$AB \cdot H + AC \cdot H + BC \cdot H = 180$$

$$H \cdot (AB + AC + BC) = 180$$

$$H \cdot 18 = 180 \quad \Rightarrow \quad H = 10 \text{ ס"מ}$$

(ב) נסמן: $AH = h$ ס"מ ($AH \perp BC$). נתון: $AB = 2 + h$ ס"מ.

(*i*) לפי משפט פיתגורס ב- ΔABH: $AB^2 = AH^2 + BH^2$

$$(h+2)^2 = h^2 + BH^2 \quad \Rightarrow \quad BH^2 = \cancel{h^2} + 4h + 4 - \cancel{h^2}$$

$$BH = \sqrt{4h+4} = 2\sqrt{h+1} \text{ ס"מ}$$

במשולש שווה-שוקיים, הגובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס, לכן:

$$BH = HC = 2\sqrt{h+1} \text{ ס"מ}$$

$$BC = BH + HC = 2BH = 4\sqrt{h+1} \text{ ס"מ}$$

לפי הנתון על היקף המשולש ABC:

$$2(h+2) + 4\sqrt{h+1} = 18$$

$$2\sqrt{h+1} = 7 - h \quad / (\ )^2$$

בתנאי ש- $0 < h < 7$:

$$4(h+1) = (7-h)^2$$

$$4h + 4 = 49 - 14h + h^2 \quad \Rightarrow \quad h^2 - 18h + 45 = 0$$

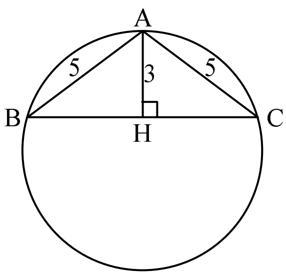
$$h_{1,2} = \frac{18 \pm 12}{2} \quad \Rightarrow \quad h_1 = 15 \ , \ h_2 = 3$$

הפתרון $h_1 = 15$ נפסל, כי קבענו ש- $0 < h < 7$.

לכן: $h = 3$ ס"מ, ואז: $BC = 4\sqrt{3+1} = 8$ ס"מ

$$V = S_{\Delta ABC} \cdot H = \frac{BC \cdot h}{2} \cdot H = \frac{8 \cdot 3}{2} \cdot 10 = 120 \text{ סמ"ק}$$

המשך בעמוד הבא ⯇⯇⯇



(ii) ב- $\Delta\,ABH$: $\sin \measuredangle B = \frac{AH}{AB} = \frac{3}{5}$.

לפי משפט הסינוסים ב- $\Delta\,ABC$:

$$\frac{AC}{\sin \measuredangle B} = 2R \quad \Rightarrow \quad R = \frac{AC}{2\sin \measuredangle B}$$

$$R = \frac{5}{2\cdot\frac{3}{5}} = \text{ס"מ } 4\tfrac{1}{6}$$

(2) (א) נקודה B היא נקודת חיתוך הצלעות AB ו- BC , לכן:

$$\begin{cases} y = -\frac{x}{3}+6 \\ y = -5x+20 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad -\frac{x}{3}+6 = -5x+20 \quad /\cdot 3$$

$$-x+18 = -15x+60 \quad \Rightarrow \quad 14x = 42 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

$$y = -\frac{3}{3}+6 = 5 \quad \Rightarrow \quad B(3,5)$$

E היא נקודת אמצע הקטע BD (אלכסונים במקבילית חוצים זה את זה),

לכן:

$$\begin{cases} x_E = \frac{x_B + x_D}{2} \quad \Rightarrow \quad 2 = \frac{3+x_D}{2} \quad \Rightarrow \quad x_D = 1 \\ y_E = \frac{y_B + y_D}{2} \quad \Rightarrow \quad 3 = \frac{5+y_D}{2} \quad \Rightarrow \quad y_D = 1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad D(1,1)$$

במקבילית, צלעות נגדיות הן מקבילות, לכן: $m_{DC} = m_{AB} = -\frac{1}{3}$

משוואת DC : $y - y_D = m_{DC}(x - x_D) \quad \Rightarrow \quad y-1 = -\frac{1}{3}(x-1)$

לכן: $y = -\frac{x}{3}+\frac{4}{3}$

נקודה C היא נקודת חיתוך הצלעות DC ו- BC , לכן:

$$\begin{cases} y = -\frac{x}{3}+\frac{4}{3} \\ y = -5x+20 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad -\frac{x}{3}+\frac{4}{3} = -5x+20 \quad /\cdot 3$$

$$-x+4 = -15x+60 \quad \Rightarrow \quad 14x = 56 \quad \Rightarrow \quad x = 4$$

$$y = -\frac{4}{3}+\frac{4}{3} = 0 \quad \Rightarrow \quad C(4,0)$$

המשך בעמוד הבא >>>

אלכסוני מקבילית חוצים זה את זה, כלומר הנקודה E היא נקודת אמצע הקטע AC , לכן :

$$\begin{cases} x_E = \frac{x_A + x_C}{2} \Rightarrow 2 = \frac{x_A + 4}{2} \Rightarrow x_A = 0 \\ y_E = \frac{y_A + y_C}{2} \Rightarrow 3 = \frac{y_A + 0}{2} \Rightarrow y_A = 6 \end{cases} \Rightarrow A(0,6)$$

תשובה: $A(0,6)$, $B(3,5)$, $C(4,0)$, $D(1,1)$.

ב) רדיוס המעגל המבוקש הוא הקטע BD , לכן :

$$BD = \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{(3-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{20}$$

משוואת המעגל : $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 20$

ג) ישרים מאונכים זה לזה רק אם מכפלת שיפועיהם שווה ל- -1 .

$$m_{DC} = -\tfrac{1}{3} \qquad m_{BD} = \frac{y_B - y_D}{x_B - x_D} = \frac{5-1}{3-1} = 2$$

$$m_{DC} \cdot m_{BD} = -\tfrac{1}{3} \cdot 2 = -\tfrac{2}{3} \neq -1$$

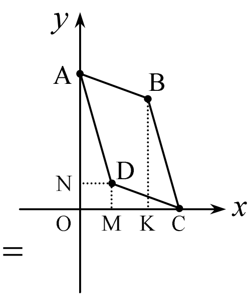
DC אינו מאונך ל- BD (שהוא רדיוס לנקודת ההשקה),
לכן DC אינו משיק למעגל B .

ד) בסרטוט BK ו- DM אנכים לציר ה- x ו- DN אנך לציר ה- y .

$$S_{ABCD} = S_{ABKO} + S_{\Delta KBC} - S_{AOMD} - S_{\Delta MDC} =$$

$$= \frac{AO + BK}{2} \cdot OK + \frac{BK \cdot KC}{2} - \frac{AO + DM}{2} \cdot OM - \frac{DM \cdot MC}{2} =$$

$$= \frac{y_A + y_B}{2} \cdot x_K + \frac{y_B \cdot (x_C - x_K)}{2} - \frac{y_A + y_D}{2} \cdot x_M - \frac{y_D \cdot (x_C - x_M)}{2} =$$



$$= \frac{6+5}{2} \cdot 3 + \frac{5 \cdot (4-3)}{2} - \frac{6+1}{2} \cdot 1 - \frac{1 \cdot (4-1)}{2} =$$

$= 16.5 + 2.5 - 3.5 - 1.5 =$ 14 יחידות שטח

(3) (א) נסמן ב- p את ההסתברות שאזרח שנבחר באקראי דובר אנגלית (ונתון $p > 0.5$), ואז $1 - p$ זו ההסתברות שאזרח שנבחר באקראי דובר צרפתית.

נתון: $P(\text{בדיוק 2 מ-4 דוברי אנגלית}) = 54 \cdot P(\text{כל ה-4 דוברי צרפתית})$

כלומר: $\binom{4}{2} \cdot p^2(1-p)^2 = 54(1-p)^4 \quad / : (1-p)^2 \neq 0$

$$6p^2 = 54(1-p)^2 \quad / : 6 \quad \Rightarrow \quad p^2 = 9(1-p)^2 \quad / \sqrt{\ }$$

$$p = 3(1-p) \quad \Rightarrow \quad p = 0.75$$

$$p = -3(1-p) \quad \Rightarrow \quad p = 1.5$$

מכיוון ש- $0 \le p \le 1$ הרי ש- $p = 0.75$.

כלומר אחוז דוברי האנגלית הוא $0.75 \cdot 100\% = 75\%$.

(ב) $P(\text{אנגלית} \neq \text{צרפתית}) = 1 - P(\text{אנגלית} = \text{צרפתית}) = 1 - P_4(2) =$

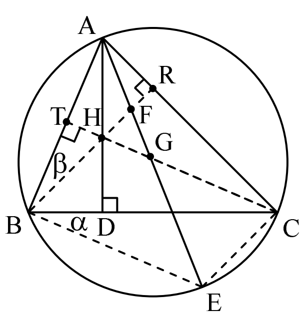
$$= 1 - \binom{4}{2} 0.75^2 \cdot 0.25^2 = \frac{101}{128}$$

(ג) $P(\text{4 מ-4 דוברי אנגלית} / \text{לפחות 1 מ-4 דובר אנגלית}) =$

$$= \frac{P(\text{4 דוברי אנגלית})}{P(\text{לפחות 1 מ-4 דובר אנגלית})} = \frac{0.75^4}{1 - P(\text{כל ה-4 דוברי צרפתית})} =$$

$$= \frac{0.75^4}{1 - 0.25^4} = \frac{27}{85}$$

(4) (א) מכיוון ש- AE הוא קוטר הרי ש- $\measuredangle ABE = 90°$ כי זווית היקפית הנשענת על קוטר היא בת $90°$.



$$\measuredangle ABE = \beta + \measuredangle HBC + \alpha$$

לכן: $90° = \beta + \measuredangle HBC + \alpha$

כלומר: $\measuredangle HBC = 90° - \alpha - \beta$

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

מכיוון ש- H היא נקודת מפגש הגבהים

במשולש ABC הרי שהמשך BH חותך את AC

בנקודה R כך ש- $\measuredangle BRA = 90°$.

לכן: $\measuredangle BAC = 90° - \beta$ סכום זוויות ב- ΔABR הוא 180° .

$\measuredangle BEC = 90° + \beta$ במרובע ABEC החסום במעגל סכום זוויות נגדיות הוא 180° .

כלומר: $\measuredangle BCE = 90° - \alpha - \beta$ סכום זוויות ב- ΔBCE הוא 180° .

המשך CH חותך את AB בנקודה T כך ש- $\measuredangle BTC = 90°$

כי הנקודה H היא מפגש הגבהים ב- ΔABC ו- CT הוא גובה לצלע AB .

$\measuredangle HCB + \measuredangle BTC + \measuredangle TBC = 180°$ סכום זוויות ב- ΔTBC הוא 180° .

$\measuredangle ABE = 90°$ זווית היקפית הנשענת על קוטר היא זווית ישרה.

$\measuredangle ABC = \measuredangle ABE - \measuredangle CBE = 90° - \alpha$ חיסור זוויות.

ואז: $\measuredangle HCB + 90° + 90° - \alpha = 180°$

לכן: $\measuredangle HCB = \alpha$

(ב) בסעיף (א) הוכחנו $\measuredangle CBE = \measuredangle HCB = \alpha$.

אם זוויות מתחלפות שוות אז הישרים מקבילים, לכן: $HC \parallel BE$.

באופן דומה $\measuredangle HBC = \measuredangle BCE = 90° - \alpha - \beta$ ולכן $HB \parallel CE$.

מכאן במרובע BECH יש שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות ולכן הוא מקבילית.

(ג) $\measuredangle FBE = \measuredangle ABE - \measuredangle ABF =$ חיסור זוויות.

$= 90° - \beta$

$\measuredangle BAC = \measuredangle FBE = 90° - \beta$ נובע מסעיפים קודמים.

$\measuredangle ACB = \measuredangle BEF$ זוויות היקפיות הנשענות על אותה הקשת $\overset{\frown}{AB}$.

$\Downarrow$

$\Delta ABC \sim \Delta BFE$ לפי משפט דמיון ז.ז.

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

(ד) (i) $\measuredangle AEC=\measuredangle ABC=90°-\alpha$ נובע ממה שמצאנו קודם ומכך שזוויות היקפיות הנשענות על אותה הקשת $\overset{\frown}{AC}$ הן זוויות שוות.

$\measuredangle GCE=\measuredangle BCE+\measuredangle HCB=90°-\alpha-\beta+\alpha=90°-\beta$

$\measuredangle CGE=180°-(90°-\alpha)-(90°-\beta)=\alpha+\beta$

כלומר: $\measuredangle FGH=\measuredangle CGE=\alpha+\beta$ זוויות קדקודיות שוות.

$\measuredangle FHG=\measuredangle BHT=90°-\beta$ סכום זוויות ב- ΔBTH הוא $180°$ + זוויות קדקודיות.

לכן: $\measuredangle BAC=\measuredangle FHG=90°-\beta$

$\measuredangle ACB=\measuredangle FGH=\alpha+\beta$ מה שהוכחנו + סכום זוויות ב- ΔABC הוא $180°$.

$\Downarrow$

$\Delta ABC\sim\Delta HFG$ לפי משפט דמיון ז.ז.

(ii) $\measuredangle CEG=\measuredangle ABC$ זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת $\overset{\frown}{AC}$ הן זוויות שוות.

$\measuredangle CGE=\measuredangle ACB=\alpha+\beta$ הוכח כבר.

$\Downarrow$

$\Delta CEG\sim\Delta ABC$ לפי משפט דמיון ז.ז.

(5) (א) $\frac{2}{4}=\frac{4}{8}=\frac{3}{6}\ \Rightarrow\ \frac{DE}{BA}=\frac{EB}{AC}=\frac{BD}{CB}\ \Rightarrow\ \Delta DEB\sim\Delta BAC$

לפי משפט דמיון צ.צ.צ. מהדמיון נובע:

$\measuredangle DBE=\measuredangle BCA$ (במשולשים דומים זוויות מתאימות שוות זו לזו),

ומכאן: $EB \parallel AC$ (אם זוויות מתאימות בין ישרים שוות זו לזו, אז הישרים מקבילים).

המשך בעמוד הבא ▶▶▶

(ב) לפי משפט תאלס (הרכבה I): $\frac{FB}{FC}=\frac{EB}{AC}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

$\frac{FD+3}{FD+9}=\frac{1}{2} \quad\Rightarrow\quad 2FD+6=FD+9 \quad\Rightarrow\quad FD=3$ ס״מ

(ג) $FB=FD+DB=3+3=6$ ס״מ $=BC$

מכאן ש- B היא נקודת אמצע FC.

בסעיף (א) הוכחנו ש- $AC \parallel BE$, לכן BE הוא קטע אמצעים ב- ΔACF

וגם תיכון ב- ΔABF. מכאן נובע: $S_{\Delta FED}=S_{\Delta BED}$, $S_{\Delta ABE}=S_{\Delta BEF}$

(תיכון מחלק את המשולש לשני משולשים בעלי אותו שטח (כמשולשים

בעלי גובה משותף)). מכאן: $\frac{S_{\Delta EDB}}{S_{\Delta FBA}}=\frac{1}{4}$.

(ד) לפי משפט הקוסינוסים ב- ΔBED:

$$ED^2=BD^2+BE^2-2\cdot BD\cdot BE\cdot\cos\measuredangle B$$

$$4=9+16-24\cos\measuredangle B \quad\Rightarrow\quad \cos\measuredangle B=\frac{21}{24}=\frac{7}{8}$$

לפי משפט הקוסינוסים ב- ΔBEF:

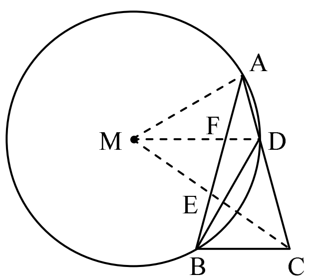
$$FE^2=BF^2+BE^2-2\cdot BF\cdot BE\cdot\cos\measuredangle B$$

$$FE^2=36+16-48\cdot\frac{7}{8}=52-42=10$$

$FE=\sqrt{10} \quad\Rightarrow\quad AF=2\cdot FE=2\sqrt{10}$ ס״מ

(6) (א) נתון: $BC=12$ ס״מ , $\measuredangle BAC=30°$,

$AB=AC$, $\measuredangle ABD:\measuredangle DBC=1:4$.



נסמן: $\measuredangle ABD=\alpha$ ואז $\measuredangle DBC=4\alpha$

ו- $\measuredangle ABC=\measuredangle ACB=5\alpha$

(זוויות בסיס שוות במשולש שווה-שוקיים).

$5\alpha+5\alpha+30°=180°$ (סכום הזוויות ב- ΔABC הוא $180°$)

מכאן: $10\alpha=150° \quad\Rightarrow\quad \alpha=15°$

המשך בעמוד הבא ▸▸▸

כלומר: $\measuredangle DBC = 4\cdot 15° = 60°$, $\measuredangle ACB = 5\cdot 15° = 75°$

$\measuredangle BDC = 180° - 75° - 60° = 45°$

(סכום זוויות ב- ΔBDC הוא $180°$).

לפי משפט הסינוסים ב- ΔBCD : $\frac{BD}{\sin 75°} = \frac{12}{\sin 45°}$

$$BD = \frac{12\sin 75°}{\sin 45°} = \frac{12\sin 75°}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 12\sqrt{2}\sin 75°$$

ΔABD חסום במעגל M לכן לפי משפט הסינוסים:

$$\frac{BD}{\sin\measuredangle BAD} = 2R \quad\Rightarrow\quad R = \frac{BD}{2\sin\measuredangle BAD} = \frac{12\sqrt{2}\sin 75°}{2\sin 30°} = 12\sqrt{2}\sin 75°$$

כלומר: $R \approx 16.3923$ ס"מ .

(ב) מסעיף (א) נסיק: $R = BD$, ולכן $MB = MD = BD$,

כלומר ΔBDM הוא משולש שווה-צלעות ולכן כל זוויותיו בנות $60°$.

$\measuredangle MDB = \measuredangle DBC = 60°$, ולכן $MD \parallel BC$

(אם זוויות מתחלפות בין שני ישרים שוות, אז הישרים מקבילים).

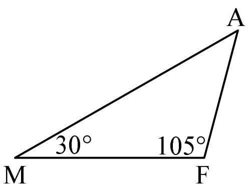
(ג) $\measuredangle AMD = 2\cdot\measuredangle ABD = 2\cdot 15° = 30°$

(זווית מרכזית שווה לפעמיים זווית היקפית הנשענת על אותה הקשת)

$\measuredangle AFD = \measuredangle ABC = 75°$ (זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים)

מכאן: $\measuredangle AFM = 105°$ (זוויות צמודות משלימות ל- $180°$)

$AM = R = 12\sqrt{2}\sin 75°$



לכן לפי משפט הסינוסים ב- ΔAMF :

$$\frac{MF}{\sin 45°} = \frac{AM}{\sin 105°}$$

$$MF = \frac{12\sqrt{2}\sin 75°}{\sin 75°}\cdot\sin 45° = 12 \text{ ס"מ}$$

$MF = BC = 12$ ס"מ ,

$\measuredangle FME = \measuredangle BCE$, $\measuredangle MFE = \measuredangle CBE$

(זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים).

$\Delta MFE \cong \Delta CBE$ לפי משפט חפיפה ז.צ.ז. .

מכאן: $ME = CE$, כלומר AE תיכון לצלע MC ב- ΔAMC .

(7) נסמן ב- x ס"מ את אורך צלע הריבוע DEFG ,

ואז: $(10-x)$ ס"מ $= \mathrm{AE} = \mathrm{HF} = \mathrm{BI} = \mathrm{HB} = \mathrm{FI} = \mathrm{GC} = 2r$.

(א) נרכיב את פונקציית המטרה: $\mathrm{F} = S_{\mathrm{ABCD}} - S_{\mathrm{DEFG}} - S_{\text{עיגול}}$

$$\mathrm{F}(x) = 10^2 - x^2 - \pi\cdot\left(\frac{10-x}{2}\right)^2 = 100 - x^2 - \frac{\pi}{4}(10-x)^2$$

$$\mathrm{F}'(x) = 0 \quad\Rightarrow\quad -2x - \frac{\pi}{4}\cdot 2\cdot(10-x)\cdot(-1) = 0$$

$$\frac{\pi}{2}\cdot(10-x) - 2x = 0 \quad\Rightarrow\quad 5\pi - \frac{\pi}{2}x - 2x = 0$$

$$x\left(\frac{\pi}{2}+2\right) = 5\pi \quad\Rightarrow\quad x = \frac{10\pi}{\pi+4} \approx 4.4 \text{ ס"מ} < 10 \text{ ס"מ}$$

נבדוק שעבור ערך זה, פונקציית המטרה מקבלת ערך מקסימלי:

$$\mathrm{F}''(x) = -2 + \frac{\pi}{2}\cdot(-1) = -2 - \frac{\pi}{2} < 0 \quad\Rightarrow\quad \max$$

(ב)

$$\mathrm{F}_{\max} = \mathrm{F}\left(\frac{10\pi}{\pi+4}\right) = 100 - \left(\frac{10\pi}{\pi+4}\right)^2 - \frac{\pi}{4}\left(10 - \frac{10\pi}{\pi+4}\right)^2 =$$

$$= 100 - \frac{100\pi^2}{(\pi+4)^2} - \frac{\pi}{4}\cdot\frac{1{,}600}{(\pi+4)^2} =$$

$$= 100 - \frac{100\pi\,(\pi+4)}{(\pi+4)^2} =$$

$$= 100 - \frac{100\pi}{\pi+4} = \frac{400}{\pi+4} \approx 56 \text{ סמ"ר}$$

(ג) נסמן ב- O את מרכז המעגל החסום בריבוע HBIF

וב- M את מרכז המעגל החסום בריבוע DEFG .

MO נמצא על אלכסון הריבוע BD ו- $\mathrm{MF} = \frac{1}{2}\cdot\mathrm{DF}$, $\mathrm{FO} = \frac{1}{2}\cdot\mathrm{FB}$,

ולכן: $\mathrm{MO} = \frac{1}{2}\cdot\mathrm{DF} + \frac{1}{2}\cdot\mathrm{FB}$

$$\mathrm{MO} = \frac{1}{2}\cdot(\mathrm{DF}+\mathrm{FB}) = \frac{1}{2}\cdot\mathrm{BD} = \frac{1}{2}\cdot 10\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{ ס"מ}$$

שימו לב: המרחק MO אינו תלוי בגודל צלע הריבוע DEFG .

(8) (א)

$x_A = 1 \quad \Rightarrow \quad y_A = 1^2 + 1 = 2 \quad \Rightarrow \quad A(1,2)$

$f'(x) = 2x \quad \Rightarrow \quad m_A = f'(1) = 2 \cdot 1 = 2$

$g'(x) = -\frac{x}{2}$

$g'(x_B) = f'(x_A) = 2 \quad \Rightarrow \quad -\frac{x_B}{2} = 2 \quad \Rightarrow \quad x_B = -4$

$y_B = -\frac{1}{4}(-4)^2 - 4 = -8 \quad \Rightarrow \quad B(-4,-8)$

(ב) (*i*)

$BC \perp AB \quad \Rightarrow \quad m_{BC} \cdot m_{AB} = -1$

$m_{BC} \cdot 2 = -1 \quad \Rightarrow \quad m_{BC} = -\frac{1}{2}$

משוואת BC :

$y_B = m_B(x - x_B)$

$y + 8 = -\frac{1}{2}(x+4) \quad \Rightarrow \quad y = -\frac{x}{2} - 10$

(*ii*) הנקודה C היא נקודת החיתוך של BC וגרף הפונקציה $g(x)$,
לכן, למציאת שיעור ה- x של הנקודה C :

$-\frac{x}{2} - 10 = -\frac{1}{4}x^2 - 4 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 2x - 24 = 0$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm 10}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 6 \ , \ x_2 = -4$

הפתרון $x_2 = -4$ מתאים לנקודה B , לכן:

$x_C = 6 \quad \Rightarrow \quad y_C = -\frac{6}{2} - 10 = -13 \quad \Rightarrow \quad C(6,-13)$

(*iii*)

$m_C = g'(6) = -\frac{6}{2} = -3$

$m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{-13-2}{6-1} = \frac{-15}{5} = -3$

$m_C = m_{AC}$, כלומר המשיק לפרבולה בנקודה C מתלכד עם
הישר AC , כלומר עובר בנקודה A .

(*iv*) ΔABC הוא משולש ישר-זווית, לכן:

$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2}$

$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(1+4)^2 + (2+8)^2} =$

$= \sqrt{125} =$ $5\sqrt{5}$ יחידות אורך

המשך בעמוד הבא ◄◄◄

$$BC=\sqrt{(x_B-x_C)^2+(y_B-y_C)^2}=\sqrt{(-4-6)^2+(-8+13)^2}=$$

$=\sqrt{125}=$ יחידות אורך $5\sqrt{5}$

$S_{\Delta ABC}=\frac{5\sqrt{5}\cdot 5\sqrt{5}}{2}=\frac{125}{2}=$ יחידות שטח 62.5

(v) משוואת הישר BC: $y=-\frac{x}{2}-10$

$$S_1=\int_{-4}^{6}\left[-\tfrac{1}{4}x^2-4-\left(-\tfrac{x}{2}-10\right)\right]dx=$$

$$=\int_{-4}^{6}\left(-\frac{x^2}{4}+\frac{x}{2}+6\right)dx=\left(-\frac{x^3}{12}+\frac{x^2}{4}+6x\right)\Big|_{-4}^{6}=$$

$$=-\frac{216}{12}+\frac{36}{4}+36-\left(-\frac{-64}{12}+\frac{16}{4}-24\right)=$$

$$=-18+9+36-\left(\frac{16}{3}+4-24\right)=$$

$=27-\frac{16}{3}+20=$ יחידות שטח $41\frac{2}{3}$

$S_2=S_{\Delta ABC}-S_1=62\frac{1}{2}-41\frac{2}{3}=$ יחידות שטח $20\frac{5}{6}$

$$2\cdot 20\frac{5}{6}=41\frac{2}{3}\ \Rightarrow\ S_1=2\cdot S_2$$

(9) $f(x)=\frac{3x-\sqrt{x-1}}{x}=3-\frac{\sqrt{x-1}}{x}$

(א) (i) תחום הגדרה: $\begin{cases}x\neq 0\\ x-1\geq 0\end{cases}\ \Rightarrow\ \begin{cases}x\neq 0\\ x\geq 1\end{cases}\ \Rightarrow\ x\geq 1$

(ii) + (iii) $f(1)=3-\frac{\sqrt{0}}{1}=3\ \Rightarrow\ (1,3)$ נקודת קצה

$$f'(x)=0\ \Rightarrow\ \left(3-\frac{\sqrt{x-1}}{x}\right)'=0$$

$$-\frac{\frac{x}{2\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-1}}{x^2}=0\ \Rightarrow\ \frac{x}{2\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-1}=0\quad /\cdot 2\sqrt{x-1}$$

$$x-2(x-1)=0\ \Rightarrow\ x=2\ \Rightarrow\ f(2)=3-\frac{\sqrt{2-1}}{2}=2.5\ \Rightarrow\ (2,2.5)$$

המשך בעמוד הבא >>>

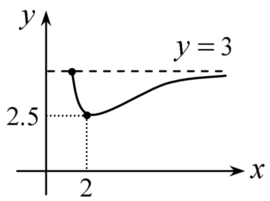
x	$1 \le x < 2$	$x = 2$	$x > 2$
f′(x)	−	0	+
f(x)	↘	min	↗

$$f'(1.5) = \frac{-\frac{1.5}{2\sqrt{0.5}} + \sqrt{0.5}}{+} < 0 \quad , \quad f'(5) = \frac{-\frac{5}{2\cdot 2} + 2}{+} > 0$$

כלומר: $\max(1,3)$, $\min(2,2.5)$

הפונקציה עולה עבור $x > 2$, הפונקציה יורדת עבור $1 \le x < 2$.

ב) ראו סרטוט משמאל.



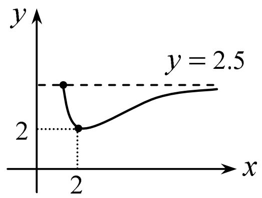
ג) (i) $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}$,

כלומר כדי לקבל את הגרף של $g(x)$,

יש להוריד את הגרף של $f(x)$

ב- $\frac{1}{2}$ יחידה למטה.

ראו סרטוט משמאל.



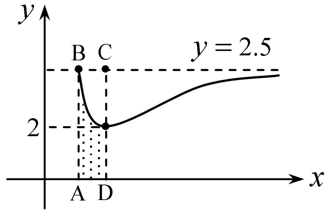
(ii) $\max(1,2.5)$, $\min(2,2)$

(iii) $\int_1^2 g(x)\,dx$ הוא השטח המנוקד

בסרטוט למטה. שטח זה קטן משטח מלבן ABCD , לכן:

$$\int_1^2 g(x)\,dx < \mathrm{BC}\cdot\mathrm{AB} = (x_\mathrm{C} - x_\mathrm{B})\cdot(y_\mathrm{C} - y_\mathrm{A}) =$$

$$= (2-1)\cdot(2.5-0) = 1\cdot 2.5 =$$ 2.5 יחידות שטח



גבי יקואל

משבצת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

◈ לכל הכיתות ◈ לכל השאלונים ◈ לכל הרמות