

פתרון מבחן מס' 12 (ספר לימוד – שאלון 035804)

09-05-2017

(1) (א) נרכיב טבלת נתונים, ונשלים ערכים לפי הקשר: מהירות · זמן = דרך.

מרחק (בק"מ)	זמן (בשעות)	מהירות (בקמ"ש)	
V	1	V	יונתן
S - V	$\frac{S-V}{V-3}$	V - 3	
S	$\frac{S}{V-2}$	V - 2	יוסף

מהנתון שזמן רכיבתו של יוסף קטן ב- $\frac{1}{3}$ שעה $\frac{20}{60}$ מאשר זמן הרכיבה

של יונתן, נקבל את המשוואה:

$$1 + \frac{S-V}{V-3} = \frac{S}{V-2} + \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S}{V-2} - \frac{S-V}{V-3} = \frac{2}{3} \quad / \cdot 3(V-2)(V-3)$$

$$3S(V-3) - 3(S-V)(V-2) = 2(V-2)(V-3)$$

$$3SV - 9S - 3(SV - 2S - V^2 + 2V) = 2(V^2 - 5V + 6)$$

$$3SV - 9S - 3SV + 6S + 3V^2 - 6V = 2V^2 - 10V + 12$$

$$-3S = -V^2 - 4V + 12 \quad / : (-3)$$

$$S = \text{ק"מ} \frac{V^2 + 4V - 12}{3}$$

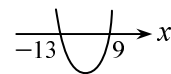
(1) $\frac{V^2 + 4V - 12}{3} \leq 35$ (ב) נתון $16 \leq S \leq 35$ כמו-כן $V > 0$ לכן:

(2) $\frac{V^2 + 4V - 12}{3} \geq 16$

(1) $V^2 + 4V - 117 \leq 0 \Rightarrow V_{1,2} = \frac{-4 \pm 22}{2}$

$$\Rightarrow V_1 = 9, V_2 = -13$$

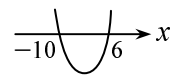
$$\Rightarrow -13 \leq V \leq 9$$



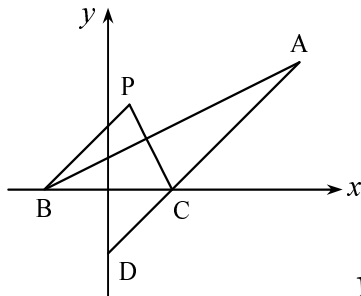
(2) $V^2 + 4V - 60 \geq 0 \Rightarrow V_{1,2} = \frac{-4 \pm 16}{2}$

$$\Rightarrow V_1 = 6, V_2 = -10$$

$$\Rightarrow V \leq -10, V \geq 6$$



פתרון מערכת אי-השוויונות: $6 \leq V \leq 9$.



(2) (א) אם ישר יוצר זווית של 45° עם הכיוון

החיובי של ציר ה- x , הרי ששיפועו:

$$m_{AD} = \tan 45^\circ = 1$$

משוואת AD העובר דרך $D(0, -3)$

ושיפועו $m = 1$:

$$y + 3 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x - 3$$

$$y_C = 0 \Rightarrow 0 = x - 3 \Rightarrow x_C = 3$$

כלומר: $C(3, 0)$.

$$m_{AB} = \tan \angle ABC = \frac{1}{2}$$

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x + 3) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2} \quad \text{משוואת AB:}$$

A היא נקודת החיתוך של הישרים AB ו-AD, לכן נמצא את שיעוריה

מפתרון מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2} \\ y = x - 3 \end{cases} \Rightarrow x - 3 = \frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}x = 4\frac{1}{2} \Rightarrow x = 9$$

$$y = 9 - 3 = 6 \Rightarrow A(9, 6) \quad \text{ואז:}$$

$$BP \parallel CA \Rightarrow m_{BP} = m_{AC} = m_{AD} = 1 \quad (i) \quad (b)$$

$$y - 0 = 1(x + 3) \Rightarrow y = x + 3 \quad (*) \quad \text{משוואת BP:}$$

המשולשים ABC ו-BCP הם בעלי צלע משותפת BC

ולכן יחס שטחיהם כיחס בין הגבהים שלהם לצלע BC בהתאמה,

$$\frac{h_A}{h_P} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{y_A}{y_P} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{6}{y_P} = \frac{3}{2} \Rightarrow y_P = 4 \quad \text{ואז:}$$

נציב את הערך של y_P במשוואה (*) ונקבל:

$$4 = x_P + 3 \Rightarrow x_P = 1 \Rightarrow P(1, 4)$$

$$S_{\triangle BCQ} = S_{\triangle PBC} \Rightarrow y_Q = y_P = 4 \quad (ii) \quad \text{כמו בסעיף (i):}$$

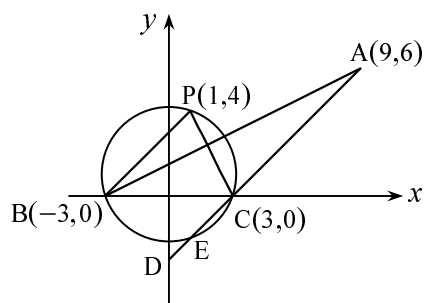
$$y_Q = 4 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2} \Rightarrow 2\frac{1}{2} = \frac{1}{2}x \Rightarrow x = 5$$

כלומר: $Q(5, 4)$.

המשך בעמוד הבא <<<

(iii) מרכז המעגל החוסם את $\triangle PBC$ נמצא במפגש האנכים האמצעיים של $\triangle PBC$. מכיוון ש- $B(-3,0)$, $C(3,0)$ הרי שראשית הצירים היא נקודת אמצע הקטע BC וציר ה- y מאונך לקטע BC , הנמצא על ציר ה- x .

מסקנה: מרכז המעגל החוסם את $\triangle PBC$ נמצא על ציר ה- y (ציר ה- y הוא האנך האמצעי לצלע BC ב- $\triangle PBC$).



(ג) למציאת שיעורי הנקודה E

נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = 10 \\ y = x-3 \end{cases}$$

$$x^2 + (x-3-1)^2 = 10$$

$$x^2 + (x-4)^2 = 10$$

$$x^2 + x^2 - 8x + 16 - 10 = 0$$

$$2x^2 - 8x + 6 = 0 \quad / :2 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 1$$

$$x_1 = 3 \Rightarrow y = 3-3 = 0 \Rightarrow C(3,0)$$

$$x_2 = 1 \Rightarrow y = 1-3 = -2 \Rightarrow E(1,-2)$$

כלומר: $E(1,-2)$.

(3) (א) נסמן ב- P את ההסתברות שתושב הנבחר באקראי, תומך במועמד.

$$P \cdot P \cdot P = 0.216 \Rightarrow P = \sqrt[3]{0.216} = 0.6$$

(ב) לפנינו התפלגות בינומית.

נגדיר "הצלחה": התושב תומך במועמד החדש, ואז:

$$k = 4, n = 6, P = 0.6$$

$$P_6(4) = \binom{6}{4} 0.6^4 \cdot 0.4^2 = 15 \cdot 0.6^4 \cdot 0.4^2 = 0.31104$$

המשך בעמוד הבא <<<

(ג) נסמן A – עולה חדש, B – תושב התומך במועמד החדש.
נתון: $P(A) = 0.25$, $P(A/B) = \frac{1}{3}$, צריך למצוא $P(B/\bar{A})$.

מסעיף (א): $P(B) = 0.6$ ולכן $P(\bar{B}) = 1 - 0.6 = 0.4$

סה"כ	$\bar{B}$	B	
0.25	0.05	0.2	A
0.75	0.35	0.4	$\bar{A}$
1	0.4	0.6	סה"כ

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0.75$$

$$P(A/B) = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{P(A \cap B)}{0.6} = \frac{1}{3}$$

כלומר:

$$P(A \cap B) = 0.2$$

ואז

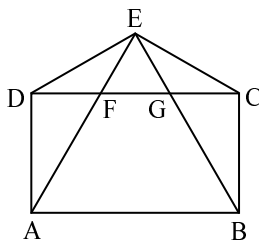
$$P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0.6 - 0.2 = 0.4$$

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.25 - 0.2 = 0.05$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) - P(\bar{A} \cap B) = 0.75 - 0.4 = 0.35$$

$$P(B/\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0.4}{0.75} = \frac{8}{15}$$

ואז:



(4) (א) נתבונן ב- $\triangle ADF$ ו- $\triangle BCG$:

טענה נימוק

צ. $DF = CG$ נתון

ז. $\angle D = \angle C = 90^\circ$ זוויות במלבן שוות 90°

צ. $DA = CB$ צלעות נגדיות במלבן שוות זו לזו



$\triangle ADF \cong \triangle BCG$ לפי משפט חפיפה צ.ז.צ.



$\angle DAF = \angle CBG$ זוויות מתאימות שוות במשולשים חופפים

$\angle EAB = \angle DAB - \angle DAE$ חיסור זוויות

$\angle EBA = \angle CBA - \angle CBE$ חיסור זוויות

$\angle DAB = \angle CBA = 90^\circ$ זוויות המלבן שוות ל- 90°

המשך בעמוד הבא <<<

$$\angle EAB = \angle EBA \quad \text{חיסור גדלים שווים מגדלים שווים}$$



$$AE = BE \quad \text{במשולש ABE מול זוויות שוות}$$

מונחות צלעות שוות

נתבונן ב- $\triangle DAE$ ו- $\triangle CBE$:

$$DA = CB \quad \text{ז.צ.}$$

$$\angle DAE = \angle CBE \quad \text{ז.הוכחנו}$$

$$AE = BE \quad \text{ז.הוכחנו}$$

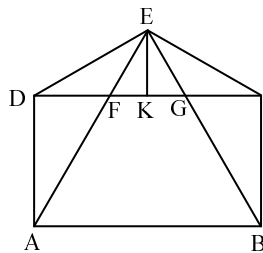


$$\triangle DAE \cong \triangle CBE \quad \text{לפי משפט חפיפה ז.ז.צ.}$$



$$ED = EC \quad \text{צלעות מתאימות שוות במשולשים חופפים}$$

מ.ש.ל. (א)



(ב) (i) בסעיף (א) הוכחנו כי $DE = EC$,

כלומר $\triangle DCE$ הוא משולש שווה-שוקיים.

נעביר EK תיכון לבסיס DC ב- $\triangle DCE$.

במשולש שווה-שוקיים, תיכון לבסיס

הוא גם חוצה-זווית הראש וגם גובה לבסיס,

$$\text{לכן: } EK \perp DC, \angle DEK = \angle CEK = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ.$$

$$\angle EDK = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \quad (\text{כי סכום הזוויות ב- } \triangle DEK$$

שווה ל- 180°). נתון: $DE = 2a$, ואז: $EK = a$.

(ניצב הנמצא מול זווית בת 30° שווה למחצית היתר).

נתבונן ב- $\triangle FEK$ וב- $\triangle ADF$:

טענה נימוק

$$\angle EFK = \angle DFA \quad \text{זוויות קדקודיות שוות זו לזו}$$

$$\angle FKE = \angle ADF = 90^\circ$$



$$\triangle EKF \sim \triangle ADF \quad \text{לפי משפט דמיון ז.ז.}$$

המשך בעמוד הבא <<<



$$\text{במשולשים דומים קיימת פרופורציה} \quad \frac{EK}{DA} = \frac{KF}{DF} \quad (I)$$

בין הצלעות המתאימות

$$\text{הוכחנו} \quad DK = KC$$

$$\text{נתון} \quad DF = CG$$

$$\text{חיסור גדלים שווים מגדלים שווים} \quad DK - DF = KC - CG$$

$$\text{חיסור קטעים} \quad KF = KG$$

$$\text{נתון, חיבור קטעים, הצבה} \quad DF = FG = KF + KG = 2FK$$

נציב במשוואה (I) ונקבל:

$$\frac{EK}{DA} = \frac{FK}{2FK}$$



$$DA = 2 \cdot EK = 2a$$



$$\text{שני גדלים השווים לגודל שלישי,} \quad DE = DA$$

שווים ביניהם

$$\angle EDC = \frac{180^\circ - \angle DEC}{2} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

סכום זוויות ב- $\triangle DEC$ שווה ל- 180°

$$\text{סכום זוויות} \quad \angle ADE = \angle ADF + \angle FDE$$

$$\angle ADE = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$$

$$\text{סכום זוויות ב- } \triangle DEA \text{ שווה ל- } 180^\circ, \quad \angle DEF = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

זוויות בסיס במשולש שווה-שוקיים $\triangle DEA$

שוות זו לזו

$$\angle DEF = \angle EDF = 30^\circ$$



$$\text{במשולש מול זוויות שוות} \quad DF = FE$$

נמצאות זוויות שוות

מ.ש.ל. (ב) (i)

המשך בעמוד הבא <<<

(ii) בסעיף (א) הוכחנו כי $\triangle DAE \cong \triangle CBE$, ולכן :
 $\angle DEA = \angle CEB$ (זוויות מתאימות שוות במשולשים חופפים),
 לכן :

$$\angle BEC = 30^\circ \text{ הצבה}$$

$$\angle DEB = \angle DEC - \angle BEC \text{ חיסור זוויות}$$

$$\angle DEG = \angle DEB = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$$

מ.ש.ל (ב) (ii)

(iii) ב- $\triangle EKC$:

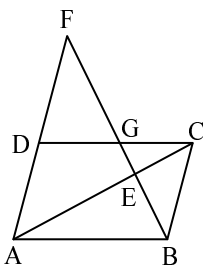
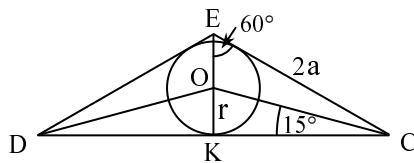
$$\sin 60^\circ = \frac{KC}{2a}$$

$$KC = 2a \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3} a$$

ב- $\triangle OHC$:

$$\tan 15^\circ = \frac{r}{KC}$$

$$r = KC \cdot \tan 15^\circ = \sqrt{3} \cdot \tan 15^\circ a \approx 0.464 a$$



$$(5) \quad GF = 24 \text{ ס"מ}, EF = 32 \text{ ס"מ}$$



$$GE = FE - FG = 32 - 24 = 8 \text{ ס"מ}$$

$$\text{צלעות נגדיות במקבילית} \quad DG \parallel AB \quad (1) \quad (א)$$

מקבילות זו לזו.



$$\angle FDG = \angle FAB \text{ זוויות מתאימות בין ישרים}$$

מקבילים שוות זו לזו.

$$\angle F = \angle F \text{ כל גודל שווה לעצמו.}$$



$$\triangle FDG \sim \triangle FAB \text{ לפי משפט דמיון ז.ז.}$$

$$\angle CGE = \angle EBA \text{ זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים} \quad (2)$$

שוות זו לזו.

$$\angle GCE = \angle EAB \text{ כנ"ל.}$$



$$\triangle CGE \sim \triangle ABE \text{ לפי משפט דמיון ז.ז.}$$

$$CG + DG = CD = AB \quad (i) \quad (ב) \text{ חיבור קטעים, הצבה.}$$

$$\frac{CG}{AB} + \frac{DG}{AB} = 1 \text{ פעולה אלגברית.}$$

המשך בעמוד הבא <<<

$$BE = x \quad (ii)$$

$$\frac{CG}{AB} + \frac{FG}{FB} = \frac{FG}{FE + EB} = \frac{24}{32 + x} \quad \text{לפי (א) (1):}$$

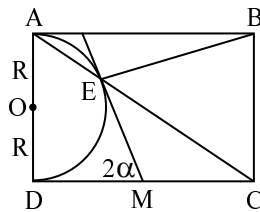
$$\frac{GC}{AB} = \frac{GE}{EB} = \frac{8}{x} \quad \text{לפי (א) (2):}$$

נציב את שני השוויונים האחרונים במשוואה שקבלנו בסעיף (i),

$$\frac{8}{x} + \frac{24}{32 + x} = 1 \Rightarrow 8(32 + x) + 24x = x(32 + x) \quad \text{ונקבל:}$$

$$256 + 8x + 24x = 32x + x^2 \Rightarrow x^2 = 256$$

$$\begin{cases} x = \pm 16 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x = BE = 16 \text{ ס"מ}$$



שני משיקים למעגל
היוצאים מאותה
נקודה שווים זה לזה.

(6) נתון: $DM = MC$, $AD = 2R$

$$\angle DME = 2\alpha$$

$$ME = MD \quad (\text{א})$$

$$\text{נתון} \quad DM = MC$$



$$\text{הצבה} \quad ME = MC$$



$$\triangle MEC$$

הוא משולש שווה שוקיים אם במשולש שתי צלעות שוות

אז המשולש הוא שווה-שוקיים.

$$\angle MEC = \angle MCE \quad (\text{ב}) \quad \text{זוויות בסיס במשולש שווה-שוקיים}$$

שוות זו לזו.

$$\angle EMD = \angle MEC + \angle MCE \quad \text{זווית חיצונית למשולש MEC}$$

שווה לסכום שתי הזוויות שאינן

צמודות לה.

$$\text{הצבה} \quad 2\alpha = 2 \angle MCE$$

$$\text{חישוב} \quad \angle MCE = \alpha$$

$$\text{חיסור זוויות} \quad \angle BCE = \angle BCD - \angle MCE$$

$$\text{הצבה} \quad \angle BCE = 90^\circ - \alpha$$

המשך בעמוד הבא <<<

(ג) $\angle OMD = \angle OME = \alpha$ קטע המחבר את מרכז המעגל לנקודה ממנה יוצאים שני משיקים למעגל חוצה את הזווית שבין שני המשיקים.

ב- $\triangle OEM$:

$$\angle OME = \alpha, OE = R$$

המשיק למעגל מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה. $OE \perp ME$

לכן :

$$\tan \alpha = \frac{R}{ME} \Rightarrow ME = \frac{R}{\tan \alpha}$$

לפי משפט הסינוסים ב- $\triangle MCE$:

$$\frac{EC}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} = \frac{ME}{\sin \alpha}$$

$$EC = \frac{R \sin 2\alpha}{\tan \alpha \sin \alpha} = \frac{2R \cdot \sin \alpha \cos \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$EC = \frac{2R \cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$$

כלומר :

$$S_{\triangle BCE} = \frac{EC \cdot BC \cdot \sin \angle BCE}{2} = \frac{2R \cdot \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{2R \cdot \sin(90^\circ - \alpha)}{2}$$

ואז :

$$S_{\triangle BCE} = \frac{2R^2 \cos^2 \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2R^2 \cos^3 \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\frac{2R^2 \cos^3 \alpha}{\sin \alpha} = 8R^2 \sin 2\alpha \quad \text{(ד) לפי הנתון נקבל:}$$

$$\cos^3 \alpha = 4 \sin 2\alpha \cdot \sin \alpha \Rightarrow \cos^3 \alpha = 8 \sin^2 \alpha \cos \alpha$$

$$\cos \alpha (\cos^2 \alpha - 8 \sin^2 \alpha) = 0$$

$$\cos \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ + 180^\circ n$$

לא ייתכן ש- $\alpha = 90^\circ$ כי אז: $\angle DME = 180^\circ$.

$$\cos^2 \alpha = 8 \sin^2 \alpha \quad / : 8 \cos^2 \alpha \neq 0$$

$$\frac{1}{8} = \tan^2 \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{8}} \Rightarrow \alpha = \pm 19.47^\circ + 180^\circ k$$

α היא זווית חדה, לכן: $\alpha = 19.47^\circ$, ואז:

$$\angle DME = 2\alpha = 38.94^\circ$$

$$y = \frac{4a}{x} + \frac{x}{a} \Rightarrow y' = \frac{-4a}{x^2} + \frac{1}{a} \quad (7) \quad (א)$$

$$y' = 0 \Rightarrow \frac{-4a}{x^2} + \frac{1}{a} = 0 \quad / \cdot ax^2$$

$$-4a^2 + x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 2a$$

$$x_1 = -2a, x_2 = 2a \quad \text{נתון: } x_1 < x_2 \text{ וגם } a > 0, \text{ לכן:}$$

$$2a - (-2a) = 8 \Rightarrow 4a = 8 \Rightarrow a = 2 \quad (ב)$$

$$y = \frac{8}{x} + \frac{x}{2} \Rightarrow y' = \frac{1}{2} - \frac{8}{x^2} \quad (ג)$$

$$y' = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{8}{x^2} = 0 \quad / \cdot 2x^2 \Rightarrow x^2 - 16 = 0$$

$$x_1 = -4 \Rightarrow y_1 = \frac{8}{-4} + \frac{-4}{2} = -4$$

$$x_2 = 4 \Rightarrow y_2 = \frac{8}{4} + \frac{4}{2} = 4$$

כלומר: $(-4, -4)$, $(4, 4)$ נקודות "חשודות" לקיצון.

x	$x < -4$	$x = -4$	$-4 < x < 0$	$x = 0$
y'	+	0	-	נקודת אי-הגדרה
y	↗	max	↘	

x	$0 < x < 4$	$x = 4$	$x > 4$
y'	-	0	+
y	↘	min	↗

$$y'(-5) = \frac{1}{2} - \frac{8}{25} > 0 \quad y'(-1) = \frac{1}{2} - \frac{8}{1} < 0$$

$$y'(1) = \frac{1}{2} - \frac{8}{1} < 0 \quad y'(5) = \frac{1}{2} - \frac{8}{25} > 0$$

כלומר: $\max(-4, -4)$, $\min(4, 4)$.

תחומי עלייה: $x < -4$, $x > 4$,

תחומי ירידה: $-4 < x < 0$, $0 < x < 4$.

משוואת האסימפטוטה האנכית: $x = 0$ (מכנה $= 0$, מונה $\neq 0$).

(ד) ראו סרטוט בפתרון השאלה בספר, עמוד 1,149.

$$(8) \quad (א) \quad f(x) = x^2 - 2bx + 2b^2, \quad b > 0.$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow 0 = x^2 - 2bx + 2b^2$$

$$\Delta = (-2b)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2b^2 = 4b^2 - 8b^2 = -4b^2 < 0$$

מכיוון ש- $\Delta < 0$, הרי שלמשוואה אין פתרון ממשי

וגרף הפונקציה אינו חותך את ציר ה- x .

$$(ב) \quad S = \int_0^3 (x^2 - 2bx + 2b^2) dx = \left(\frac{x^3}{3} - bx^2 + 2b^2x \right) \Big|_0^3 =$$

$$= \left(\frac{3^3}{3} - b \cdot 3^2 + 2b^2 \cdot 3 \right) - 0 = 9 - 9b + 6b^2$$

$$6b^2 - 9b + 9 = \frac{45}{8} \quad / \cdot \frac{8}{3} \Rightarrow 16b^2 - 24b + 9 = 0 \quad (ג)$$

$$(4b - 3)^2 = 0 \Rightarrow 4b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{4}$$

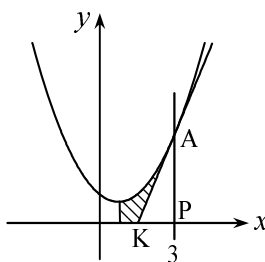
$$f(x) = x^2 - 1.5x + 1.125 \Rightarrow f'(x) = 2x - 1.5 \quad (ד) \quad (i)$$

$$x = 3 \Rightarrow f(3) = 3^2 - 1.5 \cdot 3 + 1.125 = 9 - 4.5 + 1.125 = 5.625$$

$$f'(3) = 2 \cdot 3 - 1.5 = 4.5$$

$$y - 5.625 = 4.5(x - 3) \quad \text{ואז משוואת המשיק:}$$

$$y = 4.5x - 7.875$$



(ii) שיעור ה- x של נקודת המינימום:

$$x_{\text{קדקד}} = -\frac{b}{2a} = \frac{1.5}{2} = \frac{3}{4} = 0.75$$

המשיק חותך את ציר ה- x

בנקודה שבה $y = 0$, ואז:

$$0 = 4.5x - 7.875 \Rightarrow x = \frac{7.875}{4.5} = 1.75$$

את השטח המבוקש נחשב כהפרש בין השטח מתחת לפרבולה,

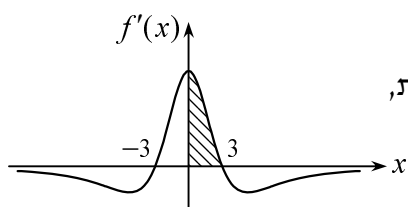
בגבולות מ- $x = 0.75$ ועד $x = 3$, לבין שטח ΔAPK .

$$S_{\Delta APK} = \frac{AP \cdot KP}{2} = \frac{y_A(x_P - x_K)}{2} =$$

$$= \frac{5.625 \cdot (3 - 1.75)}{2} = 3 \frac{33}{64} \text{ יחידות שטח}$$

המשך בעמוד הבא <<<

$$\begin{aligned}
 I &= \int_{0.75}^3 (x^2 - 1.5x + 1.125) dx = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{1.5x^2}{2} + 1.125x \right) \Big|_{0.75}^3 = \\
 &= \left(\frac{27}{3} - \frac{1.5 \cdot 9}{2} + 3.375 \right) - \left(\frac{0.75^3}{3} - \frac{1.5 \cdot 0.75^2}{2} + 0.84375 \right) = \\
 &= 5.625 - 0.5625 = 5.0625 = 5 \frac{1}{16} \text{ יחידות שטח} \\
 S_{\text{מבוקש}} &= 5 \frac{1}{16} - 3 \frac{33}{64} = 1 \frac{35}{64} = 1 \frac{35}{64} \text{ יחידות שטח} = \frac{99}{64}
 \end{aligned}$$



(9) (א) פונקציה עולה כאשר הנגזרת שלה חיובית

ופונקציה יורדת כאשר הנגזרת שלה שלילית,

לכן: תחום עלייה: $-3 < x < 3$,

תחומי ירידה: $x < -3$, $x > 3$.

(ב) מהתשובה של סעיף (א) נסיק כי ל- $f(x)$ יש נקודות מקסימום

ששיעור ה- x שלה הוא 3, ונקודת מינימום ששיעור ה- x שלה

הוא -3.

(ג) (i) נתון: $f'(x) = \frac{a(b^3 - 3x^2)}{(x^2 + b^3)^3}$.

מתקיים: $f'(x) = f'(-x)$, לכן הפונקציה $f'(x)$

היא פונקציה זוגית וגרף הפונקציה $f'(x)$ סימטרי סביב ציר ה- y .

$$f'(3) = 0 \Rightarrow 0 = \frac{a(b^3 - 3 \cdot 3^2)}{(9 + b^3)^3} \quad (ii)$$

$$b^3 - 27 = 0 \Rightarrow b = 3$$

(ד) נתון: $f(x) = \frac{ax}{(x^2 + b^3)^2}$, $\int_0^3 f'(x) dx = 7$, ומצאנו כי $b = 3$. לכן:

$$\int_0^3 f'(x) dx = f(3) - f(0) = \frac{3a}{(9 + 27)^2} - 0 = \frac{3a}{1,296} = 7 \quad / \cdot 1,296$$

$$3a = 9,072 \Rightarrow a = 3,024$$

גבי יקואל

משוב צת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

♦ לכל הכיתות ♦ לכל השאלונים ♦ לכל הרמות