

פתרון מבחן מס' 29 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017

$$y = 3 \Rightarrow (x - 5)^2 + (3 - 7)^2 = 17 \Rightarrow (x - 5)^2 = 1 \quad (א) \quad (1)$$

$$x - 5 = 1 \Rightarrow x_B = 6 \Rightarrow B(6, 3)$$

$$x - 5 = -1 \Rightarrow x_A = 4 \Rightarrow A(4, 3)$$

(ב) נסמן: $C(x, 0)$. מצאנו: $A(4, 3)$, $B(6, 3)$.

$$AC = BC \Rightarrow AC^2 = BC^2$$

$$(x - 4)^2 + (0 - 3)^2 = (x - 6)^2 + (0 - 3)^2$$

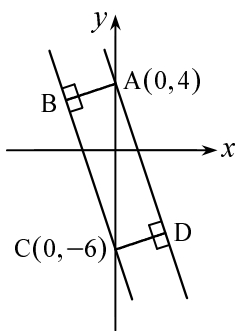
$$(x - 4)(x - 4) + 9 = (x - 6)(x - 6) + 9$$

$$x^2 - 4x - 4x + 16 + 9 = x^2 - 6x - 6x + 36 + 9$$

$$4x = 20 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow C(5, 0)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot h}{2} = \frac{(x_B - x_A)(y_A - y_C)}{2} = \quad (ג)$$

$$= \frac{(6 - 4)(3 - 0)}{2} = 3 \text{ יחידות שטח}$$



(2) נתאר סקיצה של הישרים הנתונים והאנכים להם.

$y = 4 - 3x$ הוא ישר יורד החותך את ציר ה- y

בנקודה $A(0, 4)$.

$y = -6 - 3x$ הוא ישר מקביל לו

(שיפוע שניהם שווה ל-3)

וחותך את ציר ה- y בנקודה $C(0, -6)$.

המרובע ABCD הוא מלבן כי הוא מרובע בעל 4 זוויות ישרות

(סכום זוג זוויות חד-צדדיות בין ישרים מקבילים שווה ל- 180°).

מכפלת שיפועי ישרים מאונכים שווה ל-1, ושיפועי שני הישרים הנתונים

$$m_{AB} \cdot (-3) = -1 \Rightarrow m_{AB} = \frac{1}{3} \quad \text{שווים ל-3, לכן:}$$

$$y - 4 = \frac{1}{3}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + 4 \quad \text{משוואת AB:}$$

המשך בעמוד הבא <<<

למציאת שיעורי הנקודה B נפתור מערכת משוואות:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + 4 \\ y = -6 - 3x \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{3}x + 4 = -6 - 3x \quad / \cdot 3$$

$$x + 12 = -18 - 9x \Rightarrow 10x = -30 \Rightarrow x = -3$$

$$y = -6 - 3 \cdot (-3) = 3 \Rightarrow B(-3, 3)$$

כמו כן: $A(0, 4)$, $C(0, -6)$.

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC$$

$$AB = \sqrt{(0+3)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10} \text{ יחידות אורך}$$

$$BC = \sqrt{(0+3)^2 + (-6-3)^2} = \sqrt{9+81} = \sqrt{90} \text{ יחידות אורך}$$

$$S_{ABCD} = \sqrt{10} \cdot \sqrt{90} = \sqrt{900} = 30 \text{ יחידות שטח} \quad \text{ואז:}$$

(3) נסמן ב- x ש"ח את המחיר של עותק "שירי רחלי" לפני ההנחה,

וב- y ש"ח את המחיר של עותק "בדמי ימיה" לפני ההנחה.

מהנתונים בשאלה נקבל מערכת משוואות:

$$\begin{cases} 6x + 8y = 520 \\ 6 \cdot \frac{100-20}{100} \cdot x + 8 \cdot \frac{100-15}{100} \cdot y = 430 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 8y = 520 & / \cdot 4.8 \\ 4.8x + 6.8y = 430 & / \cdot (-6) \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 28.8x + 38.4y = 2,496 \\ -28.8x - 40.8y = -2,580 \end{cases}$$

$$-2.4y = -84 \Rightarrow y = 35$$

$$6x + 8 \cdot 35 = 520 \Rightarrow 6x = 240 \Rightarrow x = 40$$

תשובה: מחיר "שירי רחלי": 40 ש"ח, מחיר "בדמי ימיה": 35 ש"ח.

(4) ערכי הפונקציה בקצוות:

$$f(0.16) = \sqrt{0.16} - 0.16 = 0.4 - 0.16 = 0.24 \Rightarrow (0.16, 0.24)$$

$$f(0.64) = \sqrt{0.64} - 0.64 = 0.8 - 0.64 = 0.16 \Rightarrow (0.64, 0.16)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1 = 0 \quad / \cdot 2\sqrt{x}$$

$$1 - 2\sqrt{x} = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$f(0.25) = \sqrt{0.25} - 0.25 = 0.5 - 0.25 = 0.25 \Rightarrow (0.25, 0.25)$$

הפונקציה $f(x)$ רציפה בתחום הנתון, לכן נקבל:

מקסימום מוחלט 0.25, מינימום מוחלט 0.16.

$$y' = 0 \Rightarrow -3x^2 + 12x = 0$$

(5) (א) + (ב)

$$3x(-x + 4) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 4$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

$$x = 4 \Rightarrow y = -4^3 + 6 \cdot 4^2 = 32 \Rightarrow (4, 32)$$

| x | x < 0 | x = 0 | 0 < x < 4 | x = 4 | x > 4 |
|----|-------|-------|-----------|-------|-------|
| y' | - | 0 | + | 0 | - |
| y | ↘ | min | ↗ | max | ↘ |

$$y'(-1) = -3 \cdot (-1)^2 + 12 \cdot (-1) < 0$$

$$y'(1) = -3 \cdot 1^2 + 12 \cdot 1 > 0$$

$$y'(5) = -3 \cdot 5^2 + 12 \cdot 5 < 0$$

כלומר: $x_{\min} = 0$, $x_{\max} = 4$, תחום עלייה: $0 < x < 4$.

המשך בעמוד הבא <<<

(ג) שיפוע המשיק שווה לערך הנגזרת בנקודת ההשקה :

$$f(x) = y'(x) = -3x^2 + 12x$$

$$f'(x) = -6x + 12$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -6x + 12 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$y(2) = -8 + 6 \cdot 4 = 16$$

$$f''(x) = -6 < 0 \Rightarrow \max$$

תשובה: בנקודה $(-2, 16)$ יש למשיק לגרף הפונקציה

את השיפוע הגדול ביותר.

(6) נמצא את שיעורי ה- x של נקודות החיתוך של שני הגרפים :

$$2x^3 = 8x \Rightarrow 2x^3 - 8x = 0 \Rightarrow 2x(x^2 - 4) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x^2 = 4 \Rightarrow x_2 = 2, \quad x_3 = -2$$

השטח ברביע השלישי :

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^0 (2x^3 - 8x) dx = \left. \frac{2x^4}{4} - \frac{8x^2}{2} \right|_0^{-2} = \\ &= 0 - \left(\frac{2 \cdot 16}{4} - \frac{8 \cdot 4}{2} \right) = 8 \text{ יחידות שטח} \end{aligned}$$

השטח ברביע הראשון :

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 (8x - 2x^3) dx = \left. \frac{8x^2}{2} - \frac{2x^4}{4} \right|_0^2 = \\ &= \left(\frac{8 \cdot 4}{2} - \frac{2 \cdot 16}{4} \right) - 0 = 8 \text{ יחידות שטח} \end{aligned}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = 8 + 8 = 16 \text{ יחידות שטח}$$

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות