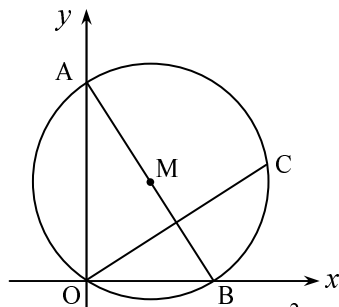


פתרון מבחן מס' 28 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017



$$(x-a)^2 + (y-5)^2 = 41 \quad (1)$$

$$(0-a)^2 + (0-5)^2 = 41 \Rightarrow a^2 = 16 \quad (א)$$

$$a^2 = 16 \Rightarrow a_1 = 4, a_2 = -4$$

הפתרון $a_2 = -4$ נפסל, כי נתון

שהנקודה M נמצאת ברביע הראשון.

לכן, הפתרון הוא: $a = 4$.

$$y_B = 0 \Rightarrow (x-4)^2 + (0-5)^2 = 41 \quad (i) \quad (ב)$$

$$(x-4)^2 = 16 \Rightarrow x-4 = 4 \quad \text{או} \quad x-4 = -4$$

עבור: $x-4 = -4 \Rightarrow x = 0$ וזה מתאים לנקודה O.

$$x-4 = 4 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow B(8, 0) \quad \text{לכן:}$$

$$x_A = 0 \Rightarrow (0-4)^2 + (y-5)^2 = 41 \quad (ii)$$

$$16 + (y-5)^2 = 41 \Rightarrow (y-5)^2 = 25$$

$$(y-5)^2 = 25 \Rightarrow y-5 = 5 \quad \text{או} \quad y-5 = -5$$

עבור: $y-5 = -5 \Rightarrow y = 0$ וזה מתאים לנקודה O.

$$y-5 = 5 \Rightarrow y = 10 \Rightarrow A(0, 10) \quad \text{לכן:}$$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 10}{8 - 0} = -\frac{5}{4}$$

$$m_{AB} \cdot m_{\perp AB} = -1 \Rightarrow -\frac{5}{4} \cdot m_{\perp AB} = -1 \Rightarrow m_{\perp AB} = \frac{4}{5}$$

$$y - y_0 = m_{\perp AB} (x - x_0) \quad \text{משוואת OC:}$$

$$y - 0 = \frac{4}{5}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{4}{5}x$$

(iii) נמצא את שיעורי הנקודה C.

לשם כך, נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = \frac{4}{5}x \\ (x-4)^2 + (y-5)^2 = 41 \end{cases} \Rightarrow (x-4)^2 + \left(\frac{4}{5}x - 5\right)^2 = 41$$

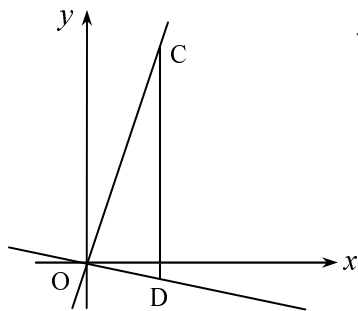
$$\frac{41}{25}x^2 - 16x + 41 = 41 \Rightarrow x\left(\frac{41}{25}x - 16\right) = 0$$

המשך בעמוד הבא <<<

הפתרון $x = 0$ מתאים לנקודה O.

$$x_C = \frac{16 \cdot 25}{41} = \frac{400}{41} \Rightarrow y_C = \frac{4}{5} \cdot \frac{400}{41} = \frac{320}{41} \quad \text{לכן:}$$

$$S_{\triangle OBC} = \frac{OB \cdot h}{2} = \frac{(x_B - x_O)(y_C - 0)}{2} = \frac{(8 - 0)(\frac{320}{41} - 0)}{2} = \frac{1,280}{41} \approx 31.22 \text{ יחידות שטח}$$



(2) (א) מכיוון ש- $CD \parallel y$ ציר ה- y , $x_C = x_D = t$.

OC הוא ישר עולה, לכן משוואתו $y = 3x$

$$\text{ו- } y_C = 3t$$

OD ישר יורד, לכן משוואתו $y = -\frac{1}{4}x$

$$\text{ו- } y_D = -\frac{t}{4}$$

$$CD = 13 \Rightarrow y_C - y_D = 13$$

$$3t - \left(-\frac{t}{4}\right) = 13 \Rightarrow \frac{13t}{4} = 13 \Rightarrow t = 4$$

$$S_{\triangle OCD} = \frac{CD \cdot h}{2} = \frac{13 \cdot (x_C - 0)}{2} = \frac{13 \cdot 4}{2} = 26 \text{ יחידות שטח} \quad \text{(ב)}$$

(3) נסמן ב- x ש"ח את מחירו של מחשב אחד (לפני הוזלה),

וב- y ש"ח את מחירה של מדפסת אחת.

לפי נתוני השאלה, נרכיב את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} 5x + y = 17,900 \\ 3(x - 500) + 2y = 10,500 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + y = 17,900 \quad / \cdot 2 \\ 3x + 2y = 12,000 \end{cases}$$

$$-\begin{cases} 10x + 2y = 35,800 \\ 3x + 2y = 12,000 \end{cases}$$

$$7x = 23,800 \Rightarrow x = 3,400$$

$$x = 3,400 \Rightarrow 3 \cdot 3,400 + 2y = 12,000$$

$$2y = 1,800 \Rightarrow y = 900$$

תשובה: מחיר מחשב (לפני הוזלה) הוא 3,400 ש"ח,

מחיר מדפסת הוא 900 ש"ח.

$$f'(x) = -3x^2 - 10 \quad (i) \quad (א) \quad (4)$$

$$-3x^2 \leq 0 \quad \text{לכל } x, \text{ ולכן: } f'(x) \leq -10 \quad \text{לכל } x.$$

מכיוון שנגזרת הפונקציה שלילית לכל x , הרי שהפונקציה $f(x)$ יורדת בכל תחום הגדרתה.

$$f(-2) = -(-2)^3 - 10 \cdot (-2) - 28 = 8 + 20 - 28 = 0 \quad (ii)$$

(iii) מכיוון ש- $f(-2) = 0$ ו- $f(x)$ יורדת בכל תחום הגדרתה,

הרי ש- $f(x)$ חיובית עבור $x < -2$ ושלילית עבור $x > -2$.

$$g'(x) = 0 \Rightarrow -x^3 - 10x - 28 = 0 \quad (i) \quad (ב)$$

$$f(-2) = g'(-2) = 0 \quad \text{בסעיף (א) מצאנו ש-}$$

כמו כן, עבור $x < -2$, $f(x) = g'(x)$ חיובית,

לכן $g(x)$ עולה עבור $x < -2$.

עבור $x > -2$, $f(x) = g'(x)$ שלילית,

לכן $g(x)$ יורדת עבור $x > -2$.

כלומר, כאשר $x = -2$ ל- $g(x)$ יש נקודת מקסימום.

$$g(-2) = -\frac{1}{4}(-2)^4 - 5 \cdot (-2)^2 - 28 \cdot (-2) = -4 - 20 + 56 = 32$$

כלומר $\max(-2, 32)$.

(ii) ל- $g(x)$ אין נקודות קיצון נוספות, מכיוון ש- $g'(x) = 0$

רק עבור $x = -2$, וכמו כן $g(x)$ מוגדרת לכל x .

$$y_{\min} = \frac{1}{4}, \quad y' = 6x - 3 \quad (5)$$

$$f(x) = \int y' dx = \int (6x - 3) dx = 3x^2 - 3x + c \quad (א)$$

הפונקציה מקבלת ערך מינימלי כאשר $y' = 0$:

$$y' = 0 \Rightarrow 6x - 3 = 0 \Rightarrow x = 0.5$$

x	x < 0.5	x = 0.5	x > 0.5
y'	-	0	+
y	↘	min	↗

$$y'(0) = -3 < 0$$

$$y'(1) = 6 - 3 > 0$$

המשך בעמוד הבא <<<

$$3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} + c = \frac{1}{4} \quad \text{לכן: } y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}, \text{ ומכאן:}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{3}{2} + c = \frac{1}{4} \Rightarrow c = 1 \Rightarrow f(x) = 3x^2 - 3x + 1$$

$$x_A = 0 \Rightarrow y_A = 0 - 0 + 1 = 1 \Rightarrow A(0,1) \quad (\text{ב})$$

$$y_B = y_A = 1 \Rightarrow 3x^2 - 3x + 1 = 1$$

$$3x(x-1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$$

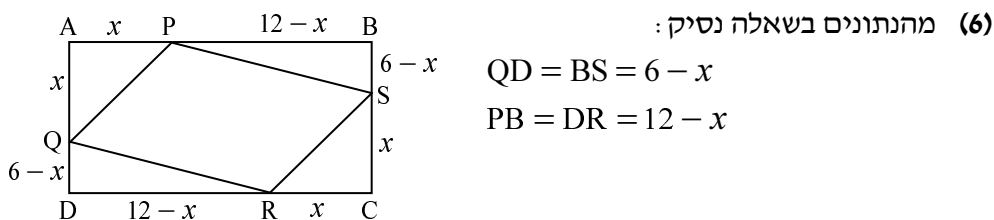
הפתרון: $x_1 = 0$ מתאים לנקודה A, לכן: $x_B = 1$, כלומר: $B(1,1)$.

$$m_B = y'(x_B) = y'(1) = 6 \cdot 1^2 - 3 = 3$$

משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה B:

$$y - y_B = m_B (x - x_B)$$

$$y - 1 = 3 \cdot (x - 1) \Rightarrow y = 3x - 2$$



$$f(x) = S_{PQRS} = S_{ABCD} - S_{\triangle APQ} - S_{\triangle BPS} - S_{\triangle QDR} - S_{\triangle RCS}$$

$$f(x) = 12 \cdot 6 - \frac{x \cdot x}{2} - \frac{(12-x) \cdot (6-x)}{2} - \frac{(12-x) \cdot (6-x)}{2} - \frac{x \cdot x}{2}$$

$$f(x) = 72 - \frac{x^2}{2} \cdot 2 - \frac{72 - 12x - 6x + x^2}{2} \cdot 2$$

$$f(x) = 72 - x^2 - (72 - 18x + x^2)$$

$$f(x) = 72 - x^2 - 72 + 18x - x^2 = -2x^2 + 18x$$

$$f'(x) = -4x + 18$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -4x + 18 = 0 \Rightarrow x = 4.5$$

$$f''(x) = -4 < 0 \Rightarrow \max$$

תשובה: עבור $x = 4.5$ ס"מ שטח המקבילית PQRS יהיה מקסימלי.

גבי יקואל

משוב צת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

♦ לכל הכיתות ♦ לכל השאלונים ♦ לכל הרמות