

פתרון מבחן מס' 27 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017

(1) (א) מכיוון שהמעגל עובר דרך ראשית הצירים, מתקיים:

$$(0+k)^2 + (0-4)^2 = 25$$

$$k^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow k_1 = 3, k_2 = -3$$

(ב) כאשר $k = 3$, מרכז המעגל הוא $M_1(-3, 4)$.כאשר $k = -3$, מרכז המעגל הוא $M_2(3, 4)$.המרחק בין שני המרכזים: $M_1M_2 = 3 - (-3) = 6$ יחידות אורך(ג) מרכז המעגל החדש נמצא בנקודת אמצע הקוטר M_1M_2 :

$$\left(\frac{-3+3}{2}, \frac{4+4}{2} \right) = (0, 4)$$

רדיוס המעגל החדש שווה למחצית הקוטר:

$$R = \frac{M_1M_2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ יחידות אורך}$$

לכן משוואת המעגל היא:

$$x^2 + (y-4)^2 = 9 \quad (ד)$$

$$x=0 \Rightarrow (y-4)^2 = 9$$

$$y-4=3 \Rightarrow y_1=7$$

$$y-4=-3 \Rightarrow y_1=1$$

כלומר, $A(0,1)$, $B(0,7)$, ואורך הקטע AB :

$$AB = 7 - 1 = 6 \text{ יחידות אורך}$$

(2) שטח הריבוע: x^2 סמ"ר.

$$S_{\Delta BMF} = \frac{BM \cdot FM}{2} \quad \text{שטח המשולש:}$$

$BM = 30 - x$ ס"מ , $FM = 45 - x$ ס"מ , לכן:

$$S_{\Delta BMF} = \text{סמ"ר} \frac{(30-x)(45-x)}{2}$$

$$x^2 + \frac{(30-x)(45-x)}{2} = 441 \quad / \cdot 2 \quad \text{מהנתון בשאלה נקבל את המשוואה:}$$

$$2x^2 + 1,350 - 30x - 45x + x^2 = 882$$

$$3x^2 - 75x + 468 = 0 \quad / :3 \Rightarrow x^2 - 25x + 156 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 4 \cdot 156}}{2} = \frac{25 \pm 1}{2} \Rightarrow x_1 = 13, x_2 = 12$$

תשובה: אורך צלע הריבוע EFGD הוא 12 ס"מ או 13 ס"מ.

(3) נסמן ב- x שקלים את התשלום עבור המוצר הראשון

ואז $(3,000 - x)$ שקלים יסמן את התשלום עבור המוצר השני.

$$\frac{100-20}{100} \cdot x = 0.8x \quad \text{שקלים} \quad \text{מחיר המכירה של המוצר הראשון:}$$

מחיר המכירה של המוצר השני:

$$\frac{100+30}{100} \cdot (3,000 - x) = 1.3(3,000 - x) \quad \text{שקלים}$$

$$0.8x + 1.3(3,000 - x) = 3,160 \quad \text{מהנתון בשאלה נקבל את המשוואה:}$$

$$0.8x + 3,900 - 1.3x = 3,160$$

$$-0.5x = -740 \quad / \cdot (-2) \Rightarrow x = 1,480$$

תשובה: הסוחר שילם עבור המוצר הראשון 1,480 שקלים

ועבור המוצר השני 1,520 שקלים $3,000 - 1,480 = 1,520$.

(4) (א) שיפוע המשיק בנקודה שבה $x = 9$ שווה לערך הנגזרת בנקודה זו.

$$y' = (\sqrt{x} - x)' \cdot (x + 3) + (\sqrt{x} - x) \cdot (x + 3)' =$$

$$= \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - 1\right) \cdot (x + 3) + (\sqrt{x} - x) \cdot 1$$

$$m = y'(x = 9) = \left(\frac{1}{2\sqrt{9}} - 1\right)(9 + 3) + \sqrt{9} - 9 = \left(\frac{1}{6} - 1\right) \cdot 12 + 3 - 9 =$$

$$= -\frac{5}{6} \cdot 12 + 3 - 9 = -10 - 6 = -16$$

(ב) שיעור ה- y של נקודת ההשקה הוא:

$$y(9) = (\sqrt{9} - 9)(9 + 3) = (3 - 9) \cdot 12 = -6 \cdot 12 = -72$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{משוואת המשיק היא:}$$

$$y - (-72) = -16(x - 9)$$

$$y + 72 = -16x + 144$$

$$y = -16x + 72$$

$$f'(x) = 2x \Rightarrow m_1 = f'(k) = 2k \quad (5) \text{ (א)}$$

$$g'(x) = 4x + 2 \Rightarrow m_2 = g'(k) = 4k + 2$$

אם המשיקים מקבילים, אזי $m_1 = m_2$, ומכאן:

$$4k + 2 = 2k \Rightarrow 2k = -2 \Rightarrow k = -1$$

(ב) נבנה את פונקציית המטרה:

$$F(x) = g(x) - f(x) = 2x^2 + 2x + 5 - x^2$$

$$F(x) = x^2 + 2x + 5$$

$$F'(x) = 2x + 2$$

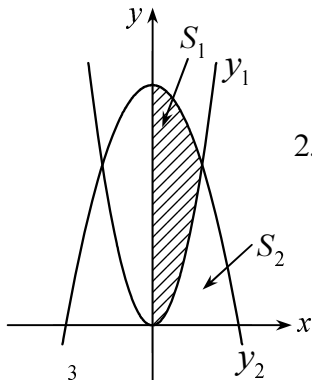
$$F'(x) = 0 \Rightarrow 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1$$

x	$x < -1$	$x = -1$	$x > -1$
$F'(x)$	-	0	+
$F(x)$	↘	min	↗

$$F'(-2) = 2 \cdot (-2) + 2 < 0$$

$$F'(0) = 2 \cdot 0 + 2 > 0$$

הפונקציה $F(x) = g(x) - f(x)$ מקבלת ערך מינימלי כאשר $x = -1$, כלומר כאשר: $x = k$.



(6) (א) נמצא את שיעורי נקודת החיתוך

של שתי הפונקציות:

$$2x^2 = 27 - x^2 \Rightarrow 3x^2 = 27 \Rightarrow x^2 = 9$$

$$x^2 = 9 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -3$$

הפתרון $x_2 = -3$ לא מתאים,

כי מבקשים שטח ברביע הראשון.

לכן $x = 3$.

$$I = \int_0^3 [2x^2 - (27 - x^2)] dx = \int_0^3 (3x^2 - 27) dx =$$

$$= (x^3 - 27x) \Big|_0^3 = 3^3 - 27 \cdot 3 - 0 = 27 - 81 = -54$$

$$S_1 = |I| = |-54| = 54 \text{ יחידות שטח}$$

(ב) נמצא את שיעור ה- x של נקודת החיתוך של הגרף y_2 עם ציר ה- x :

$$y = 0 \Rightarrow 0 = 27 - x^2 \Rightarrow x^2 = 27$$

$$x^2 = 27 \Rightarrow x_1 = 3\sqrt{3}, x_2 = -3\sqrt{3}$$

הפתרון $x_2 = -3\sqrt{3}$ לא מתאים, כי מחפשים שטח ברביע הראשון.

$$S_2 = S_{y_2 \text{ מתחת}} - S_1 = \int_0^{3\sqrt{3}} (27 - x^2) dx - 54 =$$

$$= \left(27x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^{3\sqrt{3}} - 54 = 27 \cdot 3\sqrt{3} - \frac{(\sqrt{27})^3}{3} - 0 - 54 =$$

$$= 81\sqrt{3} - 27\sqrt{3} - 54 = 54\sqrt{3} - 54 = 54(\sqrt{3} - 1) \text{ יחידות שטח}$$

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות