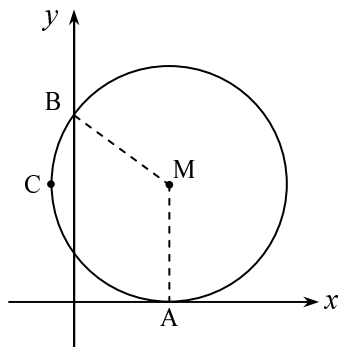


**פתרון מבחן מס' 26 (ספר לימוד – שאלון 035803)**

09-05-2017



(1) (א) (i)  $x_M = x_A = 5$

(ii) נסמן:  $y_M = p$

מכאן,  $AM = MB = R$

$$y_M - y_A = \sqrt{(x_M - x_B)^2 + (y_M - y_B)^2}$$

$$p - 0 = \sqrt{(5 - 0)^2 + (p - 25)^2}$$

$$p = \sqrt{25 + (p - 25)^2}$$

$$p^2 = 25 + (p - 25)^2$$

$$p^2 = 25 + p^2 - 50p + 625$$

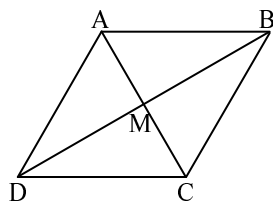
$$50p = 650 \Rightarrow p = 13 \Rightarrow y_M = 13$$

(ב) 13 יחידות אורך,  $R = AM = y_M - y_A = 13 - 0 = 13$

לכן משוואת המעגל:  $(x - 5)^2 + (y - 13)^2 = 169$

ציר ה- $x$   $MC \parallel x$   $\Rightarrow y_C = y_M = 13$  (ג)

$$S_{\Delta ACM} = \frac{CM \cdot MA}{2} = \frac{(x_M - x_C)(y_M - y_A)}{2} = \frac{(5 + 8)(13 - 0)}{2} = \frac{169}{2} = 84.5 \text{ יחידות שטח}$$



(2) (א)  $x_M = 0$ , לכן:

$$y_M = -3 \cdot 0 + 2 = 2 \Rightarrow M(0, 2)$$

(ב) הנקודה A היא נקודת החיתוך של AC ו-AD,

לכן כדי למצוא את שיעוריה, נפתור את

מערכת המשוואות:

$$\left. \begin{array}{l} y = -3x + 2 \\ y = -x + 6 \end{array} \right\} \Rightarrow -x + 6 = -3x + 2$$

$$2x = -4 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow y = -(-2) + 6 = 8$$

לכן:  $A(-2, 8)$

המשך בעמוד הבא <<<

האלכסונים במעוין חוצים זה את זה, לכן הנקודה  $M(0,2)$  היא נקודת אמצע הקטע  $AC$ . לפי נוסחת שיעורי אמצע קטע נקבל:

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} \Rightarrow 0 = \frac{-2 + x_C}{2} \Rightarrow x_C = 2$$

$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} \Rightarrow 2 = \frac{8 + y_C}{2} \Rightarrow y_C = -4$$

לכן:  $C(2, -4)$ .

האלכסונים במעוין מאונכים זה לזה, לכן:  $m_{AC} \cdot m_{BD} = -1$

$$m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{-4 - 8}{2 + 2} = -3$$

$$-3 \cdot m_{BD} = -1 \Rightarrow m_{BD} = \frac{1}{3}$$

משוואת  $BD$ :  $y - y_M = m_{BD} \cdot (x - x_M)$

$$y - 2 = \frac{1}{3}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + 2$$

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{3}x + 2 \\ y = -x + 6 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{3}x + 2 = -x + 6 \quad \text{שיעורי הנקודה } D$$

$$\frac{4}{3}x = 4 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = -3 + 6 = 3$$

לכן:  $D(3,3)$ .

האלכסונים במעוין חוצים זה את זה, לכן הנקודה  $M(0,2)$  היא נקודת אמצע הקטע  $BD$ . לפי נוסחת שיעורי אמצע קטע נקבל:

$$x_M = \frac{x_B + x_D}{2} \Rightarrow 0 = \frac{x_B + 3}{2} \Rightarrow x_B = -3$$

$$y_M = \frac{y_B + y_D}{2} \Rightarrow 2 = \frac{y_B + 3}{2} \Rightarrow y_B = 1$$

לכן:  $B(-3,1)$ .

(3) מחיר המוצר אחרי השינוי הראשון הוא :

$$\frac{100\% + x\%}{100\%} \cdot 1,600 = \text{ש"ח} \left(1 + \frac{x}{100}\right) \cdot 1,600$$

מחיר המוצר אחרי השינוי השני הוא :

$$\frac{100\% - x\%}{100\%} \cdot \left[\left(1 + \frac{x}{100}\right) \cdot 1,600\right] = \text{ש"ח} \left(1 - \frac{x}{100}\right) \left(1 + \frac{x}{100}\right) \cdot 1,600$$

לפי נתוני השאלה, נרכיב את המשוואה :

$$\left(1 - \frac{x}{100}\right) \left(1 + \frac{x}{100}\right) \cdot 1,600 = 1,564$$

$$1 - \frac{x^2}{10,000} = 0.9775 \Rightarrow \frac{x^2}{10,000} = 0.0225$$

$$x^2 = 225 \Rightarrow x = \pm 15$$

הפתרון  $x = -15$  לא ייתכן, לכן :  $x = 15$ .

(4) (א) + (ב)

$$y' = 2x^3 - 8x$$

$$y' = 0 \Rightarrow 2x^3 - 8x = 0 \Rightarrow 2x(x^2 - 4) = 0$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 3 \Rightarrow (0, 3)$$

$$x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = \frac{2^4}{2} - 4 \cdot 2^2 + 3 = -5 \Rightarrow (2, -5)$$

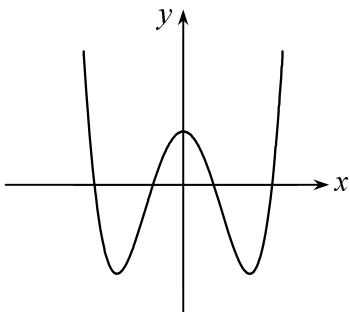
$$x_3 = -2 \Rightarrow y = \frac{(-2)^4}{2} - 4(-2)^2 + 3 = -5 \Rightarrow y_3 = (-2, -5)$$

x	$x < -2$	$x = -2$	$-2 < x < 0$	$x = 0$	$0 < x < 2$	$x = 2$	$x > 2$
$y'$	-	0	+	0	-	0	+
$y$	↘	min	↗	max	↘	min	↗

$$y'(-3) = 2 \cdot (-3) \cdot (9 - 4) < 0 \quad y'(-1) = 2 \cdot (-1) \cdot (1 - 4) > 0$$

$$y'(1) = 2 \cdot 1 \cdot (1 - 4) < 0 \quad y'(3) = 2 \cdot 3 \cdot (9 - 4) > 0$$

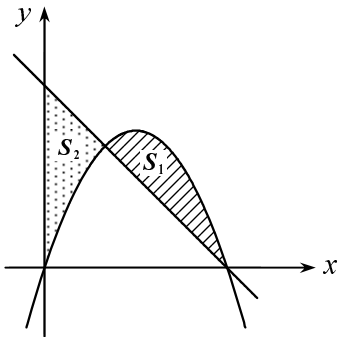
תשובה: מקסימום:  $(0, 3)$ . מינימום:  $(-2, -5)$ ,  $(2, -5)$ .



(ג) ניעזר בסעיפים (א) + (ב), נסרטט סקיצה

של גרף הפונקציה ונסיק כי לגרף הפונקציה

ולציר ה- $x$  יש ארבע נקודות חיתוך.



$$g(x) = -x + 3, \quad f(x) = -x^2 + 3x \quad (5)$$

(א) נמצא את שיעורי נקודת החיתוך של הגרפים:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow -x^2 + 3x = -x + 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{2} \Rightarrow x_1 = 3, \quad x_2 = 1$$

$$x_1 = 3 \Rightarrow y_1 = -3 + 3 = 0 \Rightarrow (3, 0)$$

$$x_2 = 1 \Rightarrow y_2 = -1 + 3 = 2 \Rightarrow (1, 2)$$

$$S_2 = \int_0^1 [g(x) - f(x)] dx = \int_0^1 (-x + 3 + x^2 - 3x) dx = \quad (ב)$$

$$= \int_0^1 (x^2 - 4x + 3) dx = \left. \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right|_0^1 =$$

$$= \frac{1}{3} - 2 + 3 = \frac{4}{3} \text{ יחידות שטח}$$

$$S_1 = \int_1^3 [f(x) - g(x)] dx = \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx = \left. \left( -\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x \right) \right|_1^3 =$$

$$= -\frac{3^3}{3} + 2 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 - \left( -\frac{1}{3} + 2 - 3 \right) =$$

$$= -9 + 18 - 9 - \left( -\frac{4}{3} \right) = \frac{4}{3} \text{ יחידות שטח}$$

מכאן:  $S_1 = S_2$ .

(6) נסמן ב-  $x$  את אורך צלע ריבוע הבסיס ו-  $h$  את אורך גובה התיבה.

$$x^2 + 4 \cdot xh = 48 \Rightarrow h = \frac{48 - x^2}{4x} \quad \text{לפי הנתון:}$$

$$V = x^2 h = x^2 \cdot \frac{48 - x^2}{4x} = 12x - \frac{x^3}{4}$$

$$V' = 12 - \frac{3x^2}{4}$$

$$V' = 0 \Rightarrow 12 - \frac{3x^2}{4} = 0 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$$

הפתרון  $x = -4$  לא ייתכן, כי אורך הוא גודל חיובי.

המשך בעמוד הבא <<<

$$x = 4 \Rightarrow h = \frac{48 - 4^2}{4 \cdot 4} = 2 \quad \text{נציב } x = 4 \text{ ונקבל:}$$
$$V'' = -\frac{6x}{4}$$
$$V''(4) = -\frac{6 \cdot 4}{4} < 0 \Rightarrow \max$$

**תשובה:** אורך צלע בסיס: 4 מ', גובה: 2 מ'.

**גבי יקואל**

**מ ש ב צ ת**

**[www.mishbetzet.co.il](http://www.mishbetzet.co.il)**

**טלפון: 04-8200929**

**ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה**

**לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות**