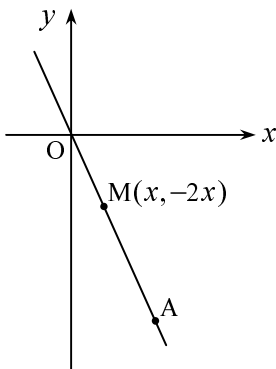


פתרון מבחן מס' 25 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017



(1) $y = -2x$

(א) (i) $x_A = 7 \Rightarrow y_A = -2 \cdot 7 = -14$

$A(7, -14)$

(ii) $OA = \sqrt{(x_A - 0)^2 + (y_A - 0)^2}$

$OA = \sqrt{7^2 + 14^2} =$

$= \sqrt{245} \approx 15.65$ יחידות אורך

(ב) $OM = \sqrt{(x - 0)^2 + (-2x - 0)^2} = \sqrt{5x^2}$

נתון: $\sqrt{80}$ יחידות אורך, $OM =$ לכן:

$\sqrt{5x^2} = \sqrt{80} \Rightarrow 5x^2 = 80 \Rightarrow x^2 = 16$

$x^2 = 16 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -4$

הפתרון $x_2 = -4$ נפסל כי נתון שהנקודה M נמצאת ברביע הרביעי.

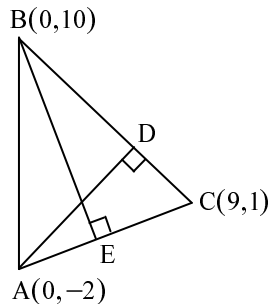
תשובה: $M(4, -8)$.

(ג) מכיוון שהמעגל משיק לציר ה- x מתקיים: 8 יחידות אורך $R = -y_M =$

מכאן, משוואת המעגל: $(x - 4)^2 + (y + 8)^2 = 64$

(ד) $(7 - 4)^2 + (-14 + 8)^2 \stackrel{?}{=} 64 \Rightarrow 9 + 36 \stackrel{?}{=} 64$ $A(7, -14)$

לכן הנקודה A לא נמצאת על המעגל. $45 \neq 64$



$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{1 - 10}{9 - 0} = -1 \quad (2)$$

$$AD \perp BC \Rightarrow m_{AD} \cdot m_{BC} = -1$$

$$m_{AD} \cdot (-1) = -1 \Rightarrow m_{AD} = 1$$

$$y - y_A = m_{AD}(x - x_A) \quad : \text{AD משוואת}$$

$$y + 2 = 1 \cdot (x - 0) \Rightarrow (I) \quad y = x - 2$$

$$m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{1 + 2}{9 - 0} = \frac{1}{3}$$

$$BE \perp AC \Rightarrow m_{BE} \cdot m_{AC} = -1 \Rightarrow m_{BE} \cdot \frac{1}{3} = -1 \Rightarrow m_{BE} = -3$$

$$y - y_B = m_{BE} \cdot (x - x_B) \quad : \text{BE משוואת}$$

$$y - 10 = -3(x - 0) \Rightarrow (II) \quad y = -3x + 10$$

כדי למצוא את שיעורי נקודת החיתוך של AD ו-BE,

נפתור את מערכת המשוואות I ו-II ונקבל:

$$\begin{cases} y = x - 2 \\ y = -3x + 10 \end{cases} \Rightarrow x - 2 = -3x + 10 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = 3$$

$$x = 3 \Rightarrow y = 3 - 2 = 1 \Rightarrow (3, 1)$$

(3) נסמן ב- x את מספר הכוסות שקנה הסוחר.

מכאן: $\frac{2,700}{x}$ ש"ח הוא המחיר של כל כוס.

לפי נתוני השאלה, נרכיב את המשוואה:

$$(x - 10) \left(\frac{2,700}{x} - 5 \right) = 2,000 \Rightarrow 2,700 - 5x - \frac{27,000}{x} + 50 = 2,000 \quad / \cdot x$$

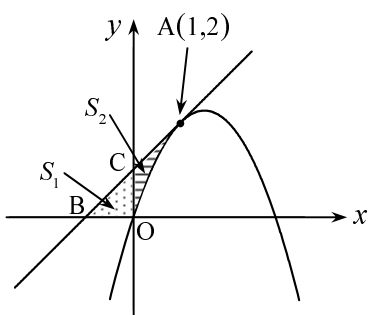
$$5x^2 - 750x + 27,000 = 0 \quad / : 5 \Rightarrow x^2 - 150x + 5,400 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{150 \pm 30}{2} \Rightarrow x_1 = 90, \quad x_2 = 60$$

שני הפתרונות מתאימים לנתוני השאלה, לכן יש שני פתרונות:

הסוחר קנה 90 כוסות, במחיר 30 ש"ח $\frac{2,700}{90}$ לכוס, או:

הסוחר קנה 60 כוסות, במחיר 45 ש"ח $\frac{2,700}{60}$ לכוס.



$$y = 3x - x^2 \quad (4)$$

$$y' = 3 - 2x \quad (א)$$

$$m_A = y'(x_A) = y'(1) = 3 - 2 \cdot 1 = 1$$

משוואת המשיק לגרף בנקודה A :

$$y - y_A = m_A(x - x_A)$$

$$y - 2 = 1 \cdot (x - 1) \Rightarrow y = x + 1$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 + 1 = 1 \Rightarrow C(0,1) \quad (ב) \text{ שיעורי הנקודה C}$$

: B שיעורי הנקודה

$$y = 0 \Rightarrow 0 = x + 1 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow B(-1,0)$$

$$S_1 = S_{\Delta OBC} = \frac{(0 - x_B)(y_C - 0)}{2} = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2} \text{ יחידת שטח}$$

$$S_2 = \int_0^1 [x + 1 - (3x - x^2)] dx = \int_0^1 (x^2 - 2x + 1) dx =$$

$$= \left. \frac{x^3}{3} - x^2 + x \right|_0^1 = \left(\frac{1}{3} - 1 + 1 \right) - 0 = \frac{1}{3} \text{ יחידת שטח}$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow 0 = x^2 - 7x + 10 \quad (א) \quad (5)$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 10}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = 2$$

A(2,0) . לקן : ראשית הצירים, יותר קרובה יותר

$$x = 4 \Rightarrow f(4) = 4^2 - 7 \cdot 4 + 10 = -2 \quad (ב)$$

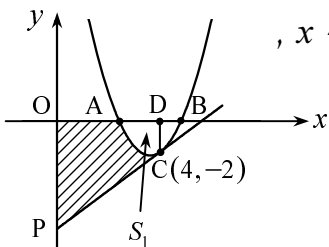
C(4,-2) : הנקודה החשקה היא :

$$f'(x) = 2x - 7 \Rightarrow f'(4) = 2 \cdot 4 - 7 = 1$$

$$y + 2 = 1(x - 4) \Rightarrow y = x - 6 \quad \text{משוואת המשיק :}$$

(ג) נוריד אנך מנקודת החשקה C(4,-2) לציר ה-x ,

החותך את ציר ה-x בנקודה D(4,0) .



המשך בעמוד הבא <<<

נמצא את נקודת החיתוך P של המשיק

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 - 6 = -6 \Rightarrow P(0, -6) \quad \text{עם ציר ה-} y :$$

OPCD הוא טרפז ישר-זווית, לכן:

$$S_{\text{OPCD}} = \frac{(\text{OP} + \text{DC}) \cdot \text{DO}}{2} = \frac{(6 + 2) \cdot 4}{2} = 16 \text{ יחידות שטח}$$

$$\begin{aligned} S_1 &= -\int_2^4 (x^2 - 7x + 10) dx = -\left(\frac{x^3}{3} - \frac{7x^2}{2} + 10x\right)\Bigg|_2^4 = \\ &= -\left(\frac{4^3}{3} - \frac{7 \cdot 4^2}{2} + 10 \cdot 4\right) + \left(\frac{2^3}{3} - \frac{7 \cdot 2^2}{2} + 10 \cdot 2\right) = \\ &= -\left(21\frac{1}{3} - 56 + 40\right) + 2\frac{2}{3} - 14 + 20 = -5\frac{1}{3} + 8\frac{2}{3} = 3\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = 16 - 3\frac{1}{3} = 12\frac{2}{3} \text{ יחידות שטח}$$

$$. x \neq 0, y = \frac{x-3}{2} + \frac{2}{x} \quad (\text{א}) \quad (6)$$

$$y' = \frac{1}{2} - \frac{2}{x^2}$$

$$y' = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{2}{x^2} = 0 \quad / \cdot 2x^2 \Rightarrow x^2 - 4 = 0$$

$$x = 2 \Rightarrow y = \frac{2-3}{2} + \frac{2}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow B\left(2, \frac{1}{2}\right)$$

$$x = -2 \Rightarrow y = \frac{-2-3}{2} + \frac{2}{-2} = -3\frac{1}{2} \Rightarrow A\left(-2, -3\frac{1}{2}\right)$$

(ב) הפונקציה עולה כאשר $x > 2$ או $x < -2$.

נסיק זאת מגרף הפונקציה ומשיעורי ה- x של הנקודות A ו-B.

$$m = y'(-1) = \frac{1}{2} - \frac{2}{(-1)^2} = \frac{1}{2} - 2 = -1\frac{1}{2} \quad (\text{ג})$$

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות