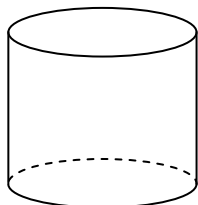


פתרון מבחן מס' 24 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017



(1) נסמן ב- x ס"מ את רדיוס בסיס הגליל,

ואז גובה הגליל הוא: $0.75x$ ס"מ $\cdot \frac{100-25}{100} \cdot x =$

$S = \pi R^2 = \pi x^2$ שטח בסיס הגליל:

$M = 2\pi Rh = 2\pi \cdot x \cdot 0.75x = 1.5\pi x^2$ שטח מעטפת הגליל:

$\pi x^2 + 200 = 1.5\pi x^2$ לפי הנתון בשאלה נקבל:

$0.5\pi x^2 = 200 \quad / \cdot \frac{2}{\pi} \Rightarrow x^2 = \frac{400}{\pi} \Rightarrow x = \frac{20}{\sqrt{\pi}}$

$V = \pi R^2 h = \pi \cdot x^2 \cdot \frac{3}{4} x =$ נפח הגליל:

$= \pi \cdot \frac{400}{\pi} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{20}{\sqrt{\pi}} = \frac{6,000}{\sqrt{\pi}} \approx 3,386$ סמ"ק

$y_M = y_N = 0 \Rightarrow x^2 + 0^2 = 225 \Rightarrow x^2 = 225$ (א) (2)

$x = 15 \Rightarrow N(15, 0)$

$x = -15 \Rightarrow M(-15, 0)$

(ב) נתון: $x_p, y_p > 0$.

$S_{\Delta PMN} = \frac{MN \cdot h}{2} = \frac{(x_N - x_M) \cdot y_p}{2}$

$135 = \frac{(15 + 15) \cdot y_p}{2} \Rightarrow y_p = 9$

(ג) במלבן כל הזוויות בנות 90° , וזווית היקפית ישרה במעגל נשענת על קוטר,

לכן PE הוא קוטר במעגל, כלומר מרכז המעגל $(0, 0)$ הוא נקודת אמצע

האלכסון PE. לפי נוסחת שיעורי נקודת אמצע קטע:

$0 = \frac{y_p + y_E}{2} \Rightarrow 0 = \frac{9 + y_E}{2} \Rightarrow y_E = -9$

הנקודה E נמצאת על המעגל, לכן: $x_E^2 + (-9)^2 = 225$

$x_E^2 + 81 = 225 \Rightarrow x_E^2 = 144 \Rightarrow x_E = \pm 12$

$x = 12$ שייך לנקודה P, לכן: $x_E = -12$, כלומר: $E(-12, -9)$.

- (3) נסמן ב- x ש"ח את המחיר של יחידה אחת ממוצר א' (לפני הנחה) ואז $2x$ ש"ח יסמן את המחיר של יחידה אחת ממוצר ב' (לפני הנחה).
ההנחה: על מחיר יחידה אחת ממוצר א': $0.2x$ ש"ח $= \frac{20}{100} \cdot x$
על מחיר יחידה אחת ממוצר ב': $0.6x$ ש"ח $= \frac{30}{100} \cdot 2x$
לפי הנתון בשאלה, נרכיב את המשוואה: $8 \cdot 0.2x + 6 \cdot 0.3x = 51$
 $1.6x + 1.8x = 51 \Rightarrow 3.4x = 51 \quad / : 3.4 \Rightarrow x = 15$
על כל המוצרים הסוחר היה צריך לשלם: $8 \cdot x + 6 \cdot 2x = 8x + 12x = 20x$
כלומר: $20 \cdot 15 = 300$ ש"ח
אחרי ההנחה, הסוחר שילם: $300 - 51 = 249$ ש"ח

- (4) נסמן ב- x את מספר המטיילים ה"נוספים", כלומר מעבר ל- 30 המטיילים הראשונים.
במקרה זה, כל מטייל משלם $(1,000 - 20x)$ ש"ח, והפדיון של החברה הוא: $(1,000 - 20x) \cdot (30 + x)$ ש"ח.
 $f(x) = (1,000 - 20x) \cdot (30 + x) = 30,000 + 1,000x - 600x - 20x^2$
 $f(x) = -20x^2 + 400x + 30,000$ כלומר:
גרף הפונקציה $f(x)$ הוא פרבולה הפוכה בעלת מקסימום:
 $x_{\text{מקסימום}} = x_{\text{קדקוד}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{400}{-40} = 10$
כלומר החברה מקבלת פדיון מקסימלי כאשר יש: 40 מטיילים $= 30 + 10$,
והפדיון המקסימלי הוא: $f(10) = (1,000 - 20 \cdot 10) \cdot 40 = 32,000$ ש"ח

(5) (א) היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $y = 4x - x^2$ עם ציר ה- x .

$$y_A = 0 \Rightarrow 0 = 4x - x^2 \Rightarrow x(4 - x) = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow O(0,0)$$

$$x = 4 \Rightarrow A(4,0)$$

B היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $y = 4x - x^2$

וגרף הפונקציה $y = 3x^2$, לכן:

$$3x^2 = 4x - x^2 \Rightarrow 4x^2 - 4x = 0 \Rightarrow 4x(x - 1) = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow O(0,0)$$

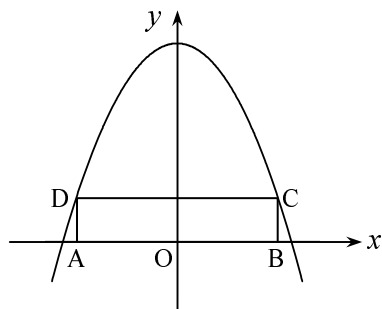
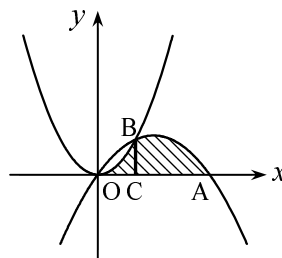
$$x = 1 \Rightarrow y = 3 \cdot 1^2 = 3 \Rightarrow B(1,3)$$

(ב) נוריד אנך BC לציר ה- x , ואז: $C(1,0)$

$$S = \int_0^1 3x^2 dx + \int_1^4 (4x - x^2) dx = (x^3) \Big|_0^1 + (2x^2 - \frac{x^3}{3}) \Big|_1^4 =$$

$$= (1^3 - 0^3) + (2 \cdot 4^2 - \frac{4^3}{3}) - (2 \cdot 1^2 - \frac{1^3}{3}) =$$

$$= 1 - 0 + 32 - \frac{64}{3} - 2 + \frac{1}{3} = 10 \text{ יחידות שטח}$$



$$y = 27 - x^2 \quad (6)$$

נסמן: $x_C = t$, לכן לפי סימטריה:

$$y_D = y_C = 27 - t^2 \text{ ו- } x_D = -x_C = -t$$

$$S_{ABCD} = F(t) = DC \cdot CB =$$

$$= (x_C - x_D)(y_C - y_B) =$$

$$= [t - (-t)] \cdot (27 - t^2 - 0) =$$

$$= 2t(27 - t^2) = 54t - 2t^3$$

$$F'(t) = 0 \Rightarrow 54 - 6t^2 = 0 \Rightarrow t^2 = 9 \Rightarrow t_1 = 3, t_2 = -3$$

הפתרון: $t_2 = -3$ נפסל, כי הנקודה C נמצאת ברביע הראשון,

כלומר $t > 0$, לכן: $t_1 = 3$.

המשך בעמוד הבא <<<

| x | $x < 3$ | $x = 3$ | $x > 3$ |
|------|---------|---------|---------|
| y' | - | 0 | + |
| y | ↗ | max | ↘ |

$$F'(2) = 54 - 6 \cdot 2^2 > 0$$

$$F'(4) = 54 - 6 \cdot 4^2 < 0$$

$$t = 3 \Rightarrow DC = 2t = 2 \cdot 3 = 6$$

אורך הצלע DC במלבן בעל השטח המקסימלי הוא 6 יחידות אורך.

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות