

פתרון מבחן מס' 23 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017

(1) (א) ממשוואת המעגל נסיק כי שיעורי מרכזו $M(2, -3)$.

$$m_{AM} = \frac{-3+7}{2-4} = -2$$

$$y+7 = -2(x-4) \Rightarrow y = -2x+1 \quad \text{משוואת AM :}$$

(ב) משיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה, לכן:

$$m_{AM} \cdot m_{\text{משיק}} = -1 \Rightarrow m_{\text{משיק}} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$y+7 = \frac{1}{2}(x-4) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x-9 \quad \text{משוואת המשיק :}$$

(ג) B היא נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-y, לכן:

$$x_B = 0 \Rightarrow y_B = \frac{0}{2} - 9 = -9 \Rightarrow B(0, -9)$$

$$S_{\triangle ABM} = \frac{AB \cdot AM}{2}$$

$$AB = \sqrt{(0-4)^2 + (-9+7)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} \quad \text{יחידות אורך}$$

$$AM = R = \sqrt{20} \quad \text{יחידות אורך}$$

$$S_{\triangle ABM} = \frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{20}}{2} = \frac{20}{2} = 10 \quad \text{יחידות שטח} \quad \text{לכן:}$$

(2) נסמן ב-x ק"מ את אורך הכביש הסלול,

ואז $1.15x$ ק"מ יסמן את אורך הכביש העוקף.זמן הנסיעה בכביש הסלול: $\frac{x}{18}$ שעות,וזמן הנסיעה בכביש העוקף: $\frac{1.15x}{15}$ שעות.

$$\frac{1.15x}{15} = 0.95 + \frac{x}{18} \quad \text{מהנתון בשאלה נקבל:} \quad \cdot 90$$

$$6.9x = 85.5 + 5x \Rightarrow 1.9x = 85.5 \Rightarrow x = \frac{85.5}{1.9} = 45 \quad \text{ק"מ}$$

תשובה: אורך הכביש הסלול הוא 45 ק"מ.

(3) נסמן ב- x ש"ח את התשלום עבור המוצר הראשון

ואז $(3,300 - x)$ ש"ח יסמן את התשלום עבור המוצר השני.

מחיר המכירה של המוצר הראשון: $0.8x$ ש"ח $\frac{100-20}{100} \cdot x$

מחיר המכירה של המוצר השני:

$$\frac{100+30}{100} \cdot (3,300 - x) = 1.3(3,300 - x) \text{ ש"ח}$$

מהנתון בשאלה נקבל את המשוואה: $0.8x + 1.3(3,300 - x) = 3,390$

$$0.8x + 4,290 - 1.3x = 3,390$$

$$-0.5x = -900 \quad / \cdot (-2) \Rightarrow x = 1,800$$

תשובה: הסוחר שילם עבור המוצר הראשון 1,800 ש"ח

ועבור המוצר השני 1,500 ש"ח $3,300 - 1,800 =$

$$(4) \quad (א) \quad y = x^3 + kx^2 \quad , \quad \text{נתון: } y'(-2) = 0$$

$$y' = 3x^2 + 2kx$$

$$0 = 3 \cdot (-2)^2 + 2k \cdot (-2) \Rightarrow 0 = 12 - 4k \Rightarrow k = 3$$

$$(ב) \quad y = x^3 + 3x^2$$

$$y' = 3x^2 + 6x$$

$$y' = 0 \Rightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Rightarrow 3x(x + 2) = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$x = -2 \Rightarrow y = (-2)^3 + 3 \cdot (-2)^2 = 4$$

$$y'' = 6x + 6 \Rightarrow y''(0) > 0 \Rightarrow \min(0, 0)$$

$$y''(-2) = -12 + 6 < 0 \Rightarrow \max(-2, 4)$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (0, 0) \quad (ג)$$

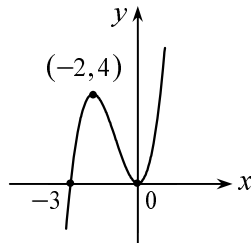
$$y = 0 \Rightarrow 0 = x^3 + 3x^2 \Rightarrow x^2(x + 3) = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

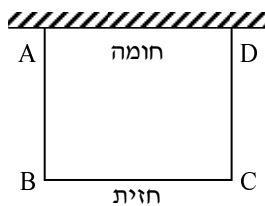
$$x = -3 \Rightarrow (-3, 0)$$

כלומר נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים: $(-3, 0)$, $(0, 0)$.

המשך בעמוד הבא <<<



- (ד) על סמך התוצאות בסעיפים (ב) ו-(ג)
נסרטט סקיצה של גרף הפונקציה:



- (5) נסמן את אורך החזית (BC) ב- x מ',
מכאן אורכי הקטעים AB ו-DC הם $\frac{3,600}{x}$ מ'.
נרכיב את פונקציית המטרה (המחיר):

$$M = BC \cdot 90 + 2 \cdot AB \cdot 20$$

$$M(x) = x \cdot 90 + 2 \cdot \frac{3,600}{x} \cdot 20 = 90x + \frac{144,000}{x}$$

$$M'(x) = 90 - \frac{144,000}{x^2}$$

$$M'(x) = 0 \Rightarrow 90 - \frac{144,000}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{144,000}{90} \Rightarrow x_{1,2} = \pm 40$$

הפתרון $x = -40$ נפסל כי אורך לא יכול להיות שלילי, לכן הנקודה החשודה לקיצון היא: $x = 40$ מ'.

$$M''(x) = -144,000 \cdot \left(-\frac{2}{x^3}\right) = \frac{288,000}{x^3}$$

$$M''(40) = \frac{288,000}{40^3} > 0 \Rightarrow \min$$

תשובה: מחיר התקנת הגדר יהיה מינימלי כאשר אורך החזית יהיה 40 מ'
ואורך הקטעים שבצדדים יהיו 90 מ' $\frac{3,600}{40}$.

$$f'(-4) = 12 \text{ נתון, } f'(x) = \frac{3}{4} \left(\frac{x^2}{16} + \frac{3x}{2} + 9 \right) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \int f'(x) dx = \int \left[\frac{3}{4} \left(\frac{x^2}{16} + \frac{3x}{2} + 9 \right) \right] dx = \\ &= \frac{3}{4} \left(\frac{x^3}{48} + \frac{3x^2}{4} + 9x \right) + C = \frac{x^3}{64} + \frac{9x^2}{16} + \frac{27x}{4} + C \end{aligned}$$

$$f(-4) = 12 \Rightarrow 12 = \frac{(-4)^3}{64} + \frac{9 \cdot (-4)^2}{16} + \frac{27 \cdot (-4)}{4} + C$$

$$12 = -1 + 9 - 27 + C \Rightarrow C = 31$$

$$f(x) = \frac{x^3}{64} + \frac{9x^2}{16} + \frac{27x}{4} + 31$$

כלומר:

גבי יקואל

משוב צת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

♦ לכל הכיתות ♦ לכל השאלונים ♦ לכל הרמות