

פתרון מבחן מס' 22 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017

(1) D היא נקודת אמצע הקטע AC,

לכן: $D\left(\frac{-1+1}{2}, \frac{-4+2}{2}\right)$, כלומר $D(0, -1)$.שיפוע התיכון היוצא מהקדקוד B: $m_{BD} = \frac{-1+2}{0+4} = \frac{1}{4}$ לכן שיפוע הישר המאונך לתיכון זה הוא -4 ,

כי מכפלת שיפועי ישרים מאונכים שווה ל-1.

משוואת הישר המאונך לתיכון BD היוצא מהקדקוד $A(-1, -4)$:

$$y + 4 = -4(x + 1) \Rightarrow y = -4x + 8$$

(2) (א) למציאת שיעורי הנקודות A ו-C נפתור מערכת משוואות:

$$\begin{cases} (x+4)^2 + (y-2)^2 = 40 \\ x+3y=2 \Rightarrow x=2-3y \end{cases}$$

$$(2-3y+4)^2 + (y-2)^2 = 40 \Rightarrow (6-3y)^2 + (y-2)^2 = 40$$

$$36 - 36y + 9y^2 + y^2 - 4y + 4 - 40 = 0$$

$$10y^2 - 40y = 0 \Rightarrow 10y(y-4) = 0$$

$$y=0 \Rightarrow x=2-3 \cdot 0=2 \Rightarrow A(2,0)$$

$$y=4 \Rightarrow x=2-3 \cdot 4=-10 \Rightarrow C(-10,4)$$

(כי נתון שהנקודה C נמצאת ברביע השני).

(ב) ממשוואת המעגל נסיק שמרכזו $M(-4, 2)$.

A ו-C הן נקודות על המעגל, לכן נשאר לבדוק שנקודת אמצע הקטע AC

היא הנקודה M ואז נסיק כי AC הוא קוטר.

$$\begin{cases} \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{2 - 10}{2} = -4 \\ \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{0 - 4}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow (-4, 2)$$

כלומר AC הוא קוטר במעגל הנתון.

המשך בעמוד הבא <<<

(ג) מכפלת שיפועי ישרים מאונכים שווה ל-1, לכן:

$$m_{AC} = -\frac{1}{3} \Rightarrow m_{\text{תא}} = 3$$

משוואת הקוטר המאונך ל-AC: $y - y_M = 3(x - x_M)$

$$y - 2 = 3(x + 4) \Rightarrow y = 3x + 14$$

מציאת שיעורי הנקודות B ו-D: $(x + 4)^2 + (3x + 14 - 2)^2 = 40$

$$(x + 4)^2 + [3(x + 4)]^2 = 40 \Rightarrow (x + 4)^2 + 9(x + 4)^2 = 40$$

$$10(x + 4)^2 = 40 \Rightarrow (x + 4)^2 = 4$$

$$x + 4 = 2 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow y = 3 \cdot (-2) + 14 = 8 \Rightarrow B(-2, 8)$$

$$x + 4 = -2 \Rightarrow x = -6 \Rightarrow y = 3 \cdot (-6) + 14 = -4 \Rightarrow D(-6, -4)$$

(כי הנקודה D נמצאת ברביע השלישי).

(3) (א) נסמן ב- x את מספר השוקולדים הקטנים שנקנו,

ואז $(24 - x)$ יסמן את מספר השוקולדים הגדולים שנקנו.

המחיר הכולל של כל השוקולדים הקטנים שנקנו הוא $x \cdot a$ ש"ח,

המחיר הכולל של כל השוקולדים הגדולים שנקנו הוא $(24 - x) \cdot 4a$ ש"ח.

מהנתון בשאלה נרכיב את המשוואה: $x \cdot a + (24 - x) \cdot 4a = 108$

$$ax + 96a - 4ax = 108 \Rightarrow -3ax = 108 - 96a$$

$$x = \frac{96a - 108}{3a} = \frac{32a - 36}{a}$$

$$\frac{32a - 36}{a} = 20 \quad / \cdot a \quad \text{(ב) נתון: } x = 20 \text{, לכן:}$$

$$32a - 36 = 20a \Rightarrow 12a = 36 \Rightarrow a = 3$$

תשובה: מחירו של שוקולד קטן הוא 3 ש"ח,

ומחירו של שוקולד גדול הוא 12 ש"ח $4 \cdot a = 4 \cdot 3 = 12$.

$$f(x) = 0 \Rightarrow 0 = \frac{6}{x} - 2 \quad / \cdot x \quad (4) \quad (א)$$

$$0 = 6 - 2x \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow (3, 0)$$

$$f'(x) = \frac{-6}{x^2} \quad (ב) + (ג)$$

$$. x \neq 0 \text{ לכל } \frac{-6}{x^2} < 0 \text{ לכן } , x \neq 0 \text{ לכל } x^2 > 0$$

כלומר, $f'(x) < 0$ בתחום ההגדרה של $f(x)$,

ולכן הפונקציה $f(x)$ יורדת בכל תחום הגדרתה ואין לה נקודות קיצון.

$$S = \int_m^0 -x^5 dx = \left(-\frac{x^6}{6}\right) \Big|_m^0 = 0 - \left(-\frac{m^6}{6}\right) = \frac{m^6}{6} \text{ יחידות שטח} \quad (5) \quad (א)$$

$$\frac{m^6}{6} = -m^5 \quad (ב) \text{ מהנתון נקבל את המשוואה:}$$

$$\frac{m^6}{6} + m^5 = 0 \Rightarrow m^5 \left(\frac{m}{6} + 1\right) = 0$$

$$m = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ אינו מתאים לנתון}$$

$$\frac{m}{6} + 1 = 0 \quad / \cdot 6 \Rightarrow m + 6 = 0 \Rightarrow m = -6$$

$$. m = -6 \text{ לכן}$$

$$y = 18 - 2x^2 \quad (6) \quad (א) + (ב)$$

$$. x_A, y_A > 0 \text{ נתון:}$$

$$y_A = y_D = 18 - 2t^2 \quad \text{נסמן: } x_A = t \text{ (} t > 0 \text{), ואז:}$$

$$y_B = y_C = 0 \Rightarrow 18 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 9$$

$$x = 3 \Rightarrow B(3, 0)$$

$$x = -3 \Rightarrow C(-3, 0)$$

$$BC = x_B - x_C = 3 - (-3) = 6 \text{ יחידות אורך}$$

$$(גובה הטרפז) h = y_A = 18 - 2t^2$$

◀◀◀ המשך בעמוד הבא

הפרבולה סימטרית סביב ציר הסימטריה שלה,

שהוא הישר $x = 0$ (ציר ה- y), ומהסימטריות נסיק כי:

$$x_D = -x_A = -t, \quad AD = x_A - x_D = t - (-t) = 2t$$

$$f(t) = S_{ABCD} = \frac{(AD+BC) \cdot h}{2} = \frac{(2t+6)(18-2t^2)}{2}$$

$$f(t) = \frac{36t - 4t^3 + 108 - 12t^2}{2} = -2t^3 - 6t^2 + 18t + 54$$

$$f'(t) = -6t^2 - 12t + 18$$

$$f'(t) = 0 \Rightarrow -6t^2 - 12t + 18 = 0 \quad /: (-6)$$

$$t^2 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$t_1 = 1 \Rightarrow A(1,16)$$

$$t_2 = -3 \Rightarrow t > 0 \text{ בחרנו כי נפסל } t > 0$$

$$f''(t) = -12t - 12$$

$$f''(1) = -12 - 12 < 0 \Rightarrow \max$$

תשובה: שטח הטרפז הוא מקסימלי כאשר $A(1,16)$, ושווה ל:

$$f(1) = -2 - 6 + 18 + 54 = 64 \text{ יחידות שטח}$$

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות