

פתרון מבחן מס' 21 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017

$$(x-4)^2 + (y-4)^2 = 41 \quad (1) \quad (א)$$

$$y_A = y_C = 0 \Rightarrow (x-4)^2 + (-4)^2 = 41 \Rightarrow (x-4)^2 = 25$$

$$x-4=5 \Rightarrow x=9 \Rightarrow A(9,0)$$

$$x-4=-5 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow C(-1,0)$$

$$x_B = x_D = 0 \Rightarrow (-4)^2 + (y-4)^2 = 41 \Rightarrow (y-4)^2 = 25$$

$$y-4=5 \Rightarrow y=9 \Rightarrow D(0,9)$$

$$y-4=-5 \Rightarrow y=-1 \Rightarrow B(0,-1)$$

$$m_{BC} = \frac{-1-0}{0+1} = -1 \quad (i) \quad (ב)$$

$$m_{AD} = \frac{9-0}{0-9} = -1$$

מכיוון ש- $m_{BC} = m_{AD}$, הרי ש- $BC \parallel AD$.

$$AB = \sqrt{(9-0)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{81+1} = \sqrt{82} \quad \text{יחידות אורך} \quad (ii)$$

$$CD = \sqrt{(0+1)^2 + (9-0)^2} = \sqrt{1+81} = \sqrt{82} \quad \text{יחידות אורך}$$

לכן $AB = CD$.

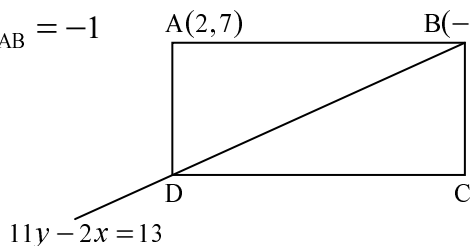
$$AD \perp AB \Rightarrow m_{AD} \cdot m_{AB} = -1 \quad (2) \quad (א)$$

$$m_{AB} = \frac{7-1}{2+1} = \frac{6}{3} = 2$$

$$m_{AD} = -\frac{1}{2}$$

$$y-7 = -\frac{1}{2}(x-2)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 8$$



משוואת AD :

המשך בעמוד הבא <<<

למציאת שיעורי הנקודה D נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 8 \\ 11y - 2x = 13 \end{cases} \Rightarrow 11\left(-\frac{1}{2}x + 8\right) - 2x = 13$$

$$-5\frac{1}{2}x + 88 - 2x = 13 \Rightarrow -7\frac{1}{2}x = -75 \quad /: \left(-7\frac{1}{2}\right)$$

$$x = 10 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \cdot 10 + 8 = 3 \Rightarrow D(10, 3)$$

(ב) אלכסונים במלבן חוצים זה את זה, לכן נקודת חיתוך האלכסונים M היא נקודת אמצע הקטע BD, לכן: $M\left(\frac{-1+10}{2}, \frac{1+3}{2}\right) = M(4.5, 2)$

(ג) הנקודה M היא גם נקודת אמצע הקטע AC, לכן:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_C}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4.5 = \frac{2 + x_C}{2} \Rightarrow x_C = 7 \\ 2 = \frac{7 + y_C}{2} \Rightarrow y_C = -3 \end{cases}$$

כלומר $C(7, -3)$.

(3) נסמן ב- x את מספר הספלים הצהובים שקנה הסוחר,

ואז $(60 - x)$ יסמן את מספר הספלים הכחולים שקנה הסוחר.

מחיר כל ספל צהוב הוא $\frac{1,280}{x}$ ש"ח, ומחיר כל ספל כחול הוא $\frac{980}{60-x}$ ש"ח.

מהנתון בשאלה נרכיב את המשוואה: $5 \cdot \frac{980}{60-x} = 3 \cdot \frac{1,280}{x} + 55$

$$\frac{4,900}{60-x} = \frac{3,840}{x} + 55 \quad / \cdot x(60-x)$$

$$4,900x = 3,840(60-x) + 55x(60-x)$$

$$4,900x = 230,400 - 3,840x + 3,300x - 55x^2$$

$$55x^2 + 5,440x - 230,400 = 0 \quad /: 5$$

$$11x^2 + 1,088x - 46,080 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1,088 \pm \sqrt{1,088^2 - 4 \cdot 11 \cdot (-46,080)}}{22} = \frac{-1,088 \pm 1,792}{22}$$

$$x_1 = 32, \quad x_2 = -130.91$$

מספר ספלים לא יכול להיות שלילי, לכן $x = 32$.

תשובה: הסוחר קנה 32 ספלים צהובים ומחיר כל ספל צהוב

$$\text{היה } 40 \text{ ש"ח} = \frac{1,280}{32}$$

$$y = \frac{x^2+1}{x} = x + \frac{1}{x} \quad (4)$$

תחום הגדרה: $x \neq 0$

מציאת נקודות קיצון:

$$y' = 1 - \frac{1}{x^2}$$

$$y' = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{x^2} = 0 \quad / \cdot x^2$$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

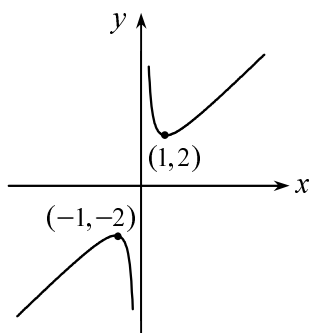
$$x = 1 \Rightarrow y = 1 + \frac{1}{1} = 2 \Rightarrow (1, 2)$$

$$x = -1 \Rightarrow y = -1 + \frac{-1}{1} = -2 \Rightarrow (-1, -2)$$

$$y'' = -\left(-\frac{2}{x^3}\right) = \frac{2}{x^3}$$

$$y''(1) > 0 \Rightarrow \min(1, 2)$$

$$y''(-1) < 0 \Rightarrow \max(-1, -2)$$



$x = 0$ היא אסימפטוטה אנכית לגרף הפונקציה.

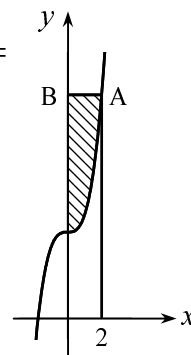
$$x_A = 2 \Rightarrow y_A = 2^3 + 5 = 8 + 5 = 13 \quad (א) \quad (5)$$

כלומר $A(2, 13)$.

(ב) משוואת הישר AB המקביל לציר ה- x היא: $y = y_A$, כלומר $y = 13$.

$$S = \int_0^2 [13 - (x^3 + 5)] dx = \int_0^2 (8 - x^3) dx = \left(8x - \frac{x^4}{4}\right) \Big|_0^2 =$$

$$= \left(8 \cdot 2 - \frac{2^4}{4}\right) - 0 = 16 - \frac{16}{4} = 16 - 4 = 12 \text{ יחידות שטח}$$

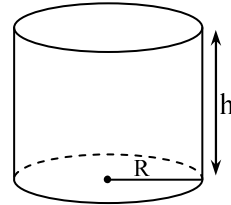


(6) נתון: $V = 8\pi$ מ"ק, כלומר:

$$\pi R^2 h = 8\pi \Rightarrow R^2 h = 8 \Rightarrow h = \frac{8}{R^2}$$

שטח הפח: $S_{\text{פח}} = S_{\text{בסיס}} + S_{\text{מעטפת}}$, כלומר:

$$\begin{aligned} S_{\text{פח}}(R) &= \pi R^2 + 2\pi R h = \\ &= \pi R^2 + 2\pi R \cdot \frac{8}{R^2} = \pi R^2 + \frac{16\pi}{R} \end{aligned}$$



$$S'(R) = 2\pi R - \frac{16\pi}{R^2} = 2\pi R - 16\pi \cdot \frac{1}{R^2}$$

$$S'(R) = 0 \Rightarrow 2\pi R - \frac{16\pi}{R^2} = 0 \quad / \cdot R^2$$

$$2\pi R^3 - 16\pi = 0 \Rightarrow 2\pi(R^3 - 8) = 0 \Rightarrow R^3 = 8 \Rightarrow R = 2$$

$$S''(R) = 2\pi - 16\pi \cdot \left(\frac{-2}{R^3}\right) = 2\pi + \frac{32\pi}{R^3}$$

$$S''(2) > 0 \Rightarrow \text{min}$$

מסקנה: שטח הפח מינימלי כאשר: $R = 2$ מטר.

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות