

פתרון מבחן מס' 19 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017

(1) (א) כדי למצוא את שיעורי הנקודות A ו-B יש לפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 50 \\ y = 2x - 5 \end{cases}$$

נפתור בשיטת ההצבה: $(x-1)^2 + (2x-5-2)^2 = 50$

$$x^2 - 2x + 1 + 4x^2 - 28x + 49 = 50 \Rightarrow 5x^2 - 30x = 0$$

$$5x(x-6) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 6$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 2 \cdot 0 - 5 = -5 \Rightarrow B(0, -5)$$

$$x_2 = 6 \Rightarrow y_2 = 2 \cdot 6 - 5 = 7 \Rightarrow A(6, 7)$$

(ב) (i) לפי נוסחת שיעורי אמצע קטע (AC) נקבל:

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} \Rightarrow 0 = \frac{6 + x_C}{2} \Rightarrow x_C = -6$$

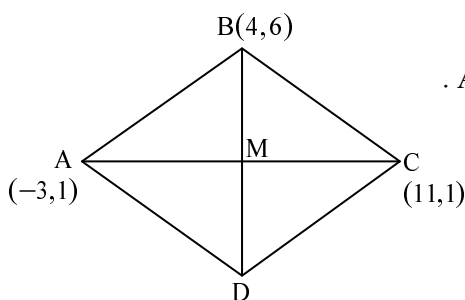
(ii) הנקודה C נמצאת על המעגל, ו- $x_C = -6$. לכן:

$$(-6-1)^2 + (y-2)^2 = 50 \Rightarrow (y-2)^2 = 1$$

$$y-2 = -1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow y_C > 2 \text{ הפתרון נפסל כי נתון } y_C > 2$$

$$y-2 = 1 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow C(-6, 3)$$

תשובה: שיעור ה- y של הנקודה C הוא 3.



(2) (א) אלכסוני מעוין חוצים זה את זה,

לכן M היא נקודת אמצע הקטע AC.

$$\begin{cases} x_M = \frac{11-3}{2} = 4 \\ y_M = \frac{1+1}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow M(4,1)$$

◀◀ המשך בעמוד הבא

$$AC = \sqrt{(11+3)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{14^2} = 14 \text{ יחידות אורך} \quad (ב)$$

$$BM = \sqrt{(4-4)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{5^2} = 5 \text{ יחידות אורך}$$

$$BD = 2 \cdot BM = 2 \cdot 5 = 10 \text{ יחידות אורך}$$

שטח מעוין שווה למחצית מכפלת אלכסונו, לכן:

$$S_{ABCD} = \frac{14 \cdot 10}{2} = 70 \text{ יחידות שטח}$$

(3) (א) אם עבור 300 דקות משלמים 75 ש"ח,

$$\text{אז על דקה אחת משלמים: } 0.25 \text{ ש"ח} = \frac{75}{300}$$

$$\frac{100-12}{100} \cdot 0.25 = 0.88 \cdot 0.25 = 0.22 \text{ ש"ח} \quad (i) \quad (ב)$$

(ii) נסמן ב-A ש"ח את התשלום החודשי הקבוע בחברת תקשורת ב'.

$$A + 300 \cdot 0.22 = 86 \quad \text{מהנתון בשאלה נקבל:}$$

$$A + 66 = 86 \Rightarrow A = 20$$

תשובה: התשלום החודשי הקבוע בחברת תקשורת ב' הוא 20 ש"ח.

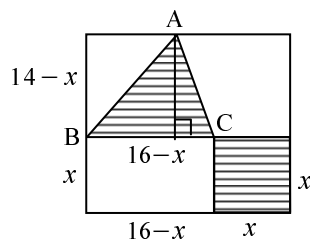
(4) נסמן ב-x ס"מ את אורך צלע הריבוע.

ואז אורך צלע המשולש BC

הוא $16-x$ ס"מ.

ואורך הגובה מ-A לצלע BC

הוא $14-x$ ס"מ.



נבטא את סכום השטחים של הריבוע והמשולש

$$S_{\text{ריבוע}} + S_{\Delta ABC} = f(x) = x^2 + \frac{(16-x)(14-x)}{2} \quad \text{המקווקים באמצעות } x$$

$$f(x) = x^2 + \frac{224 - 16x - 14x + x^2}{2} = x^2 + 112 - 8x - 7x + \frac{1}{2}x^2$$

$$f(x) = 1\frac{1}{2}x^2 - 15x + 112$$

$$f'(x) = 3x - 15$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x - 15 = 0 \Rightarrow x = 5$$

$$f''(x) = 3 > 0 \Rightarrow \min$$

$$f_{\min} = f(5) = 1\frac{1}{2} \cdot 5^2 - 15 \cdot 5 + 112 = 74.5 \text{ סמ"ר}$$

$$y = -x^3 + 27$$

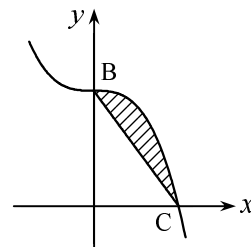
$$x_B = 0 \Rightarrow y_B = -0^3 + 27 = 27 \Rightarrow B(0, 27)$$

$$y_C = 0 \Rightarrow 0 = -x_C^3 + 27$$

$$x_C^3 = 27 \Rightarrow x_C = \sqrt[3]{27} = 3 \Rightarrow C(3, 0)$$

$$m_{BC} = \frac{27-0}{0-3} = -9$$

$$y - 0 = -9(x - 3) \Rightarrow y = -9x + 27$$



(5)

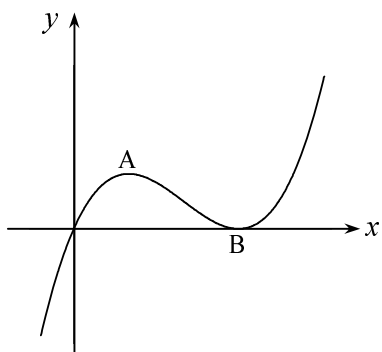
משוואת BC :

ואז השטח המבוקש הוא :

$$S = \int_0^3 [(-x^3 + 27) - (-9x + 27)] dx = \int_0^3 (-x^3 + 9x) dx =$$

$$= \left(-\frac{x^4}{4} + \frac{9x^2}{2} \right) \Big|_0^3 = \left(-\frac{3^4}{4} + \frac{9 \cdot 3^2}{2} \right) - 0 =$$

$$= -\frac{81}{4} + \frac{81}{2} = \frac{81}{4} = 20.25 \text{ יחידות שטח}$$



$$y = x(x - 4)^2 = x^3 - 8x^2 + 16x \quad (6)$$

(א) A ו-B הן נקודות קיצון של הפונקציה.

$$y' = 3x^2 - 16x + 16$$

$$y' = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot 3 \cdot 16}}{6} = \frac{16 \pm 8}{6}$$

$$x_1 = 4, \quad x_2 = \frac{4}{3}$$

$$x = 4 \Rightarrow y = 4 \cdot (4 - 4)^2 = 0 \Rightarrow B(4, 0)$$

$$x = \frac{4}{3} \Rightarrow y = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{4}{3} - 4 \right)^2 =$$

$$= \frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{8}{3} \right)^2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{64}{9} = \frac{256}{27} = 9\frac{13}{27} \Rightarrow A\left(\frac{4}{3}, 9\frac{13}{27}\right)$$

המשך בעמוד הבא <<<

$$y'' = 6x - 16 \quad \text{נבדוק את סוג הקיצון:}$$

$$y''(4) = 6 \cdot 4 - 16 > 0 \Rightarrow \text{min}$$

$$y''\left(\frac{4}{3}\right) = 6 \cdot \frac{4}{3} - 16 < 0 \Rightarrow \text{max}$$

(ב) הישר $y = k$ מקביל לציר ה- x וחותך את גרף הפונקציה שלוש פעמים

אם $y_B < k < y_A$, כלומר $0 < k < 9\frac{13}{27}$.

$$k = y_A \text{ או } k = y_B \Rightarrow k = 9\frac{13}{27} \text{ או } k = 0 \quad (\text{ג})$$

$$k > y_A \text{ או } k < y_B \Rightarrow k > 9\frac{13}{27} \text{ או } k < 0 \quad (\text{ד})$$

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות