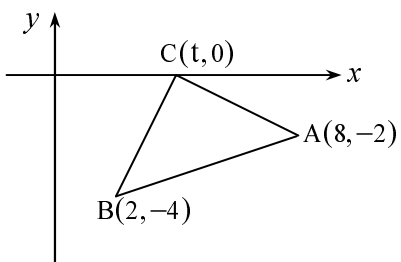


פתרון מבחן מס' 18 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017



(1) (א) הנקודה C נמצאת על ציר ה- x

ולכן שיעור ה- y שלה הוא 0.

נסמן: $x_C = t$.

$AC \perp BC$ ולכן: $m_{AC} \cdot m_{BC} = -1$.

$$m_{AC} = \frac{0+2}{t-8} = \frac{2}{t-8}$$

$$m_{BC} = \frac{0+4}{t-2} = \frac{4}{t-2}$$

$$\frac{2}{t-8} \cdot \frac{4}{t-2} = -1 \Rightarrow t^2 - 10t + 16 = -8$$

$$t^2 - 10t + 24 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{2} = \frac{10 \pm 2}{2}$$

$$t_1 = 6, t_2 = 4 \Rightarrow C(6,0) \text{ או } C(4,0)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2}$$

(ב)

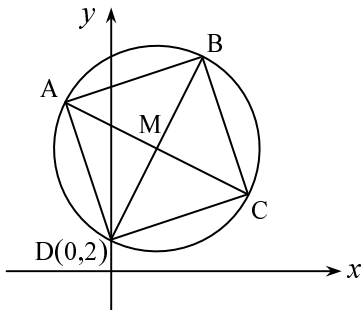
עבור C הקרובה יותר לראשית, $C(4,0)$:

$$AC = \sqrt{(8-4)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} \text{ יחידות אורך}$$

$$BC = \sqrt{(4-2)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} \text{ יחידות אורך}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{20}}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ יחידות שטח}$$

כלומר:



$$(x-3)^2 + (y-8)^2 = 45 \quad (א) \quad (2)$$

ממשוואת המעגל נסיק

כי שיעורי מרכזו $M(3,8)$.

(ב) M היא נקודת אמצע הקטע BD , לכן:

$$3 = \frac{0+x_B}{2} \Rightarrow x_B = 6$$

$$8 = \frac{2+y_B}{2} \Rightarrow y_B = 16 - 2 = 14$$

כלומר: $B(6,14)$.

$$BD = \sqrt{(6-0)^2 + (14-2)^2} = \sqrt{36+144} = \sqrt{180} \quad (ג)$$

(ד) בריבוע, האלכסונים מאונכים זה לזה, לכן: $m_{BD} \cdot m_{AC} = -1$

$$m_{BD} = \frac{2-14}{0-6} = 2 \Rightarrow m_{AC} = -\frac{1}{2}$$

משוואת AC , ששיפועו $-\frac{1}{2}$ והעובר דרך $M(3,8)$:

$$y-8 = -\frac{1}{2}(x-3) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 9\frac{1}{2}$$

(3) נסמן ב- x את מספר השלגונים שקנה הסוחר,

ואז $\frac{120}{x}$ ש"ח יהיה מחיר הקנייה של שלגון אחד, ו- $2\frac{1}{2} + \frac{120}{x}$ ש"ח יהיה

מחיר המכירה של כל אחד מ- $(x-8)$ השלגונים שלא התקלקלו.

$$(x-8)\left(\frac{120}{x} + \frac{5}{2}\right) = 120 + 56 \quad \text{מנתוני השאלה, נרכיב את המשוואה:}$$

$$120 + \frac{5x}{2} - \frac{960}{x} - 20 = 176 \quad / \cdot 2x$$

$$240x + 5x^2 - 1,920 - 40x = 352x \Rightarrow 5x^2 - 152x - 1,920 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{152 \pm \sqrt{152^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-1,920)}}{10} = \frac{152 \pm 248}{10}$$

$$x_1 = 40, \quad x_2 = -9.6$$

הפתרון $x_2 = -9.6$ נפסל, כי מספר שלגונים הוא מספר טבעי.

לכן, הסוחר קנה 40 שלגונים,

ומחיר הקנייה של כל שלגון הוא: $3 = \frac{120}{40}$.

(4) נקודות חיתוך עם הצירים :

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (0,0)$$

$$y = 0 \Rightarrow 0 = x(2x^2 - 15x + 36)$$

$$2x^2 - 15x + 36 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 288}}{4}$$

למשוואה זו אין פתרונות ממשיים, לכן גרף הפונקציה חותך את הצירים

רק בנקודה $(0,0)$.

$$y' = 6x^2 - 30x + 36$$

$$y' = 0 \Rightarrow 6x^2 - 30x + 36 = 0 \quad /:6$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = 3 \Rightarrow y_1 = 2 \cdot 3^3 - 15 \cdot 3^2 + 36 \cdot 3 = 27 \Rightarrow (3,27)$$

$$x_2 = \frac{5-1}{2} = 2 \Rightarrow y_2 = 2 \cdot 2^3 - 15 \cdot 2^2 + 36 \cdot 2 = 28 \Rightarrow (2,28)$$

x	$x < 2$	$x = 2$	$2 < x < 3$	$x = 3$	$x > 3$
y'	+	0	-	0	+
y	↗	max	↘	min	↗

$$y'(0) = 36 > 0$$

$$y'(4) = 6 \cdot 4^2 - 30 \cdot 4 + 36 > 0$$

$$y'(2.5) = 6 \cdot 2.5^2 - 30 \cdot 2.5 + 36 < 0$$

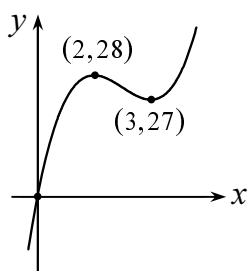
כלומר: $\min(3,27)$, $\max(2,28)$

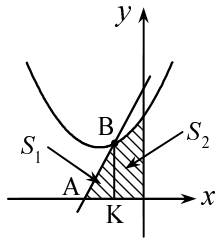
תחומי עלייה: $x < 2$, $x > 3$

תחומי ירידה: $2 < x < 3$

על סמך מה שמצאנו,

נסרטט סקיצה של גרף הפונקציה:





(5) נמצא את שיעורי הנקודות A ו-B שבסרטוט.

$$y_A = 0 \Rightarrow 0 = 4x + 16$$

$$x_A = -4 \Rightarrow A(-4, 0)$$

$$x^2 + 5x + 10 = 4x + 16 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 2$$

$$x_B = -3 \Rightarrow y_B = 4 \cdot (-3) + 16 = 4 \Rightarrow B(-3, 4) \quad \text{כלומר:}$$

נוריד אנך מ-B לציר ה-x החותך אותו ב-K, מכאן: $K(-3, 0)$.

$$S_{\text{מבוקש}} = S_1 + S_2$$

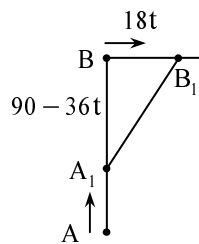
$$S_1 = \frac{AK \cdot BK}{2} = \frac{(-3+4) \cdot 4}{2} = 2 \quad \text{יחידות שטח}$$

$$S_2 = \int_{-3}^0 (x^2 + 5x + 10) dx = \left. \frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 10x \right|_{-3}^0 =$$

$$= 0 - \left[\frac{-3^3}{3} + \frac{5 \cdot (-3)^2}{2} + 10 \cdot (-3) \right] = 0 - (-9 + 22.5 - 30) =$$

$$= 16.5 \quad \text{יחידות שטח}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = 2 + 16.5 = 18.5 \quad \text{יחידות שטח}$$



(6) (א) t שעות אחרי יציאתם,

ספינה A תגיע לנקודה A_1

וספינה B תגיע לנקודה B_1 .

$$AA_1 = t \cdot 36 = 36t \quad \text{ק"מ}$$

$$BB_1 = t \cdot 18 = 18t \quad \text{ק"מ}$$

$$A_1B = (90 - 36t) \quad \text{ק"מ} \quad \text{ואז:}$$

$$(A_1B_1)^2 = (18t)^2 + (90 - 36t)^2 \quad \text{לפי משפט פיתגורס ב-} \Delta A_1BB_1$$

$$(A_1B_1)^2 = 324t^2 + 8,100 - 6,480t + 1,296t^2 =$$

$$= 1,620t^2 - 6,480t + 8,100$$

המשך בעמוד הבא <<<

(ב) נסמן: $f(t) = (A_1 B_1)^2$.

$$f'(t) = 3,240t - 6,480$$

$$f'(t) = 0 \Rightarrow 3,240t - 6,480 = 0 \quad /:3,240 \Rightarrow t = 2$$

$$f''(t) = 3,240 > 0 \Rightarrow \text{min}$$

תשובה: שעתיים מרגע יציאת הספינות לדרך, יהיה ריבוע המרחק

ביניהן מינימלי.

$$f_{\min} = f(2) = 1,620 \cdot 2^2 - 6,480 \cdot 2 + 8,100 = 1,620 \quad (\text{ג})$$

ולכן המרחק המינימלי בין הספינות: $(A_1 B_1)_{\min} = \sqrt{1,620} \approx 40.25$ ק"מ

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות