

**פתרון מבחן מס' 16 (ספר לימוד – שאלון 035803)**

09-05-2017

(1) (א) למציאת שיעוריה- $y$  של נקודות A ו-D נציב  $x = 0$  במשוואות הישרים AC ו-DB בהתאמה ונקבל:

$$y_A = 2, y_D = 8 \Rightarrow A(0,2), D(0,8)$$

למציאת שיעורי נקודה M נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 2 \\ y = -\frac{3}{2}x + 8 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{2}x + 2 = -\frac{3}{2}x + 8 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

$$y_M = \frac{3}{2} \cdot 2 + 2 = 5 \Rightarrow M(2,5) \quad \text{ואז:}$$

(ב) נמצא את רדיוס המעגל  $R = MD$ .

$$R = MD = \sqrt{(0-2)^2 + (8-5)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$(x-2)^2 + (y-5)^2 = 13 \quad \text{לכן משוואת המעגל:}$$

(ג) M היא נקודת אמצע הקוטר BD וגם נקודת אמצע הקוטר AC.

$$\begin{cases} 2 = \frac{0+x_C}{2} \\ 5 = \frac{2+y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow C(x_C, y_C), M(2,5), A(0,2)$$

$$x_C = 4, y_C = 8 \Rightarrow C(4,8)$$

$$\begin{cases} 2 = \frac{0+x_B}{2} \\ 5 = \frac{8+y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow B(x_B, y_B), M(2,5), D(0,8)$$

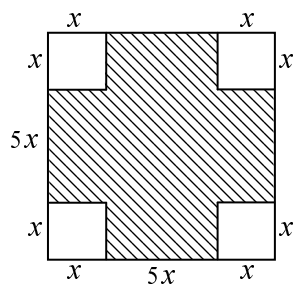
$$x_B = 4, y_B = 2 \Rightarrow B(4,2)$$

מכיוון ש:  $C(4,8), D(0,8)$  הרי שישר DC מקביל לציר ה- $x$  (לנקודות C ו-D אותו שיעור  $y$ ).

מכיוון ש:  $A(0,2), B(4,2)$  הרי שישר AB מקביל לציר ה- $x$  (לנקודות A ו-B אותו שיעור  $y$ ).

מכאן ש-DC ו-AB מקבילים זה לזה (כי שניהם מקבילים לציר ה- $x$ ).

$$S_{\Delta DMC} = \frac{DC \cdot (DC \text{ ל-} M \text{ הגובה})}{2} = \frac{(x_C - x_D) \cdot (y_D - y_M)}{2} = \frac{4 \cdot (8-5)}{2} = 6 \text{ יחידות שטח} \quad (ד)$$



(2) אם אורך צלע הריבוע הוא  $5x$ ,

אז אורך הצלע של כל ריבוע קטן של חלקת פרחים הוא  $\frac{1}{5} \cdot 5x = x$ .

(א) שטח הדשא:

$$\begin{aligned} S_{\text{דשא}} &= S_{\text{גינה}} - 4 \cdot S_{\text{חלקת פרחים}} = \\ &= (5x)^2 - 4 \cdot (x)^2 = \\ &= 25x^2 - 4x^2 = 21x^2 \end{aligned}$$

(ב) אורך צלע הגינה לפי התכנית החדשה:

$$a = \frac{100\% + 20\%}{100\%} \cdot 5x = 1.2 \cdot 5x = 6x$$

$$S_{\text{דשא}} = (6x)^2 - 4 \cdot (x)^2 = 36x^2 - 4x^2 = 32x^2$$

(ג) על סמך הנתון של הפרש השטחים של הדשא בתכנית הראשונה

ובתכנית השנייה, ניתן להרכיב את המשוואה:

$$\underbrace{32x^2}_{\text{שטח דשא לפי תוכנית חדשה}} - \underbrace{21x^2}_{\text{שטח דשא לפי תוכנית ראשונה}} = 44$$

$$11x^2 = 44$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

הפתרון  $x = -2$  נפסל, כי אורך הוא גודל חיובי, לכן:  $x = 2$  מ'.

(3) לאחר העלאה של  $x\%$  מחיר המוצר הוא  $\frac{100+x}{100} \cdot 40$  ש"ח.

לאחר העלאה נוספת של  $(x+11)\%$  מחיר המוצר הוא:

$$\text{ש"ח} \frac{100+x+11}{100} \cdot \frac{100+x}{100} \cdot 40$$

$$\frac{111+x}{100} \cdot \frac{100+x}{100} \cdot 40 = 68 \quad / \cdot \frac{100 \cdot 100}{40} \quad \text{נקבל את המשוואה:}$$

$$(111+x) \cdot (100+x) = 17,000$$

$$11,100 + 111x + 100x + x^2 = 17,000$$

$$x^2 + 211x - 5,900 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-211 \pm \sqrt{211^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5,900)}}{2} = \frac{-211 \pm 261}{2}$$

◀◀ המשך בעמוד הבא

$$x_1 = 25, x_2 = -236$$

הפתרון  $x_2$  נפסל כי לפי השאלה  $x$  הוא גודל חיובי.  
כלומר  $x = 25$ .

$$f(x) = A \cdot x^3 - B \cdot x^4 \quad (4) \quad (א)$$

$$f'(x) = 3Ax^2 - 4Bx^3$$

$$f'(1) = -15 \Rightarrow -15 = 3 \cdot A \cdot 1^2 - 4B \cdot 1^3$$

$$f'(-1) = 9 \Rightarrow 9 = 3 \cdot A \cdot (-1)^2 - 4B \cdot (-1)^3$$

$$+ \begin{cases} -15 = 3A - 4B \\ 9 = 3A + 4B \end{cases} \quad \text{נקבל מערכת משוואות:}$$

$$-6 = 6A \Rightarrow A = -1$$

$$9 = 3 \cdot (-1) + 4B \Rightarrow 4B = 12 \Rightarrow B = 3$$

תשובה:  $A = -1, B = 3$ .

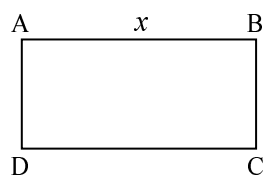
$$f(x) = -x^3 - 3x^4 \quad (ב)$$

$$f'(x) = -3x^2 - 12x^3$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -3x^2 - 12x^3 = 0 \Rightarrow -3x^2(1 + 4x) = 0$$

$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{או} \quad 1 + 4x = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

תשובה: עבור  $x = 0$  או עבור  $x = -\frac{1}{4}$  מתקיים  $f'(x) = 0$ .



(5) (א) אם היקף המלבן הוא 60 ס"מ,

$$AB + BC = \frac{60}{2} = 30 \text{ ס"מ} \quad \text{אז:}$$

$$x + BC = 30 \quad \text{כלומר:}$$

$$BC = \text{ס"מ } (30 - x)$$

$$S = AB \cdot BC = x(30 - x) = 30x - x^2 \quad \text{ואז שטח המלבן:}$$

$$AB + BC = \frac{P}{2} \quad \text{אם היקף המלבן הוא } P \text{ אז:} \quad \text{יחידות אורך } \frac{P}{2}$$

$$x + BC = \frac{P}{2} \Rightarrow BC = \frac{P}{2} - x \quad \text{כלומר:}$$

$$f(x) = S = AB \cdot BC = \quad \text{ואז שטח המלבן:}$$

$$= x \left( \frac{P}{2} - x \right) = \text{יחידות שטח } \frac{Px}{2} - x^2$$

המשך בעמוד הבא <<<

$$f'(x) = \frac{P}{2} - 2x$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{P}{2} - 2x = 0 \Rightarrow 2x = \frac{P}{2} \Rightarrow x = \frac{P}{4}$$

$$f''(x) = -2 < 0 \Rightarrow \max$$

$$\text{אם } AB = x = \frac{P}{4} \text{ אז גם } BC = \frac{P}{2} - \frac{P}{4} = \frac{P}{4}$$

כלומר: אורך כל צלע צריך להיות  $\frac{P}{4}$  יחידות אורך כדי ששטח המלבן (הריבוע) יהיה מקסימלי.

$$f'(x) = 6x^2 - 6$$

(6) (א)

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 6x^2 - 6 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 2 \cdot 1^3 - 6 \cdot 1 + 4 = 0 \Rightarrow (1, 0)$$

$$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 6 \cdot (-1) + 4 = 8 \Rightarrow (-1, 8)$$

$$f''(x) = 12x$$

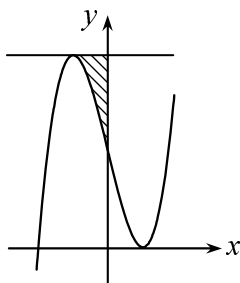
$$f''(1) = 12 > 0 \Rightarrow \min(1, 0)$$

$$f''(-1) = -12 < 0 \Rightarrow \max(-1, 8)$$

(ב) צריך למצוא את השטח המקווקו שבסרטוט.

המשיק בנקודת המקסימום  $(-1, 8)$

מקביל לציר ה- $x$ , לכן, משוואתו  $y = 8$ .



$$S = \int_{-1}^0 [8 - (2x^3 - 6x + 4)] dx = \int_{-1}^0 (-2x^3 + 6x + 4) dx$$

$$S = \left. \frac{-2x^4}{4} + \frac{6x^2}{2} + 4x \right|_{-1}^0 = \left. -\frac{x^4}{2} + 3x^2 + 4x \right|_{-1}^0 =$$

$$= 0 - \left[ -\frac{(-1)^4}{2} + 3(-1)^2 + 4(-1) \right] =$$

$$= 0 - \left( -\frac{1}{2} + 3 - 4 \right) = 1.5 \text{ יחידות שטח}$$

**גבי יקואל**

**מ ש ב צ ת**

**[www.mishbetzet.co.il](http://www.mishbetzet.co.il)**

**טלפון: 04-8200929**

**ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה**

**לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות**