

## פתרון מבחן מס' 14 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017

- (1) (א) המשוואה הנתונה היא משוואה של ישר בעל שיפוע שלילי  $m = -\frac{1}{3}$  ולכן מתאימה לישר יורד כלומר לישר ב'.
- (ב) (i) מכיוון ש-  $BD = 4$  הרי ששיעור ה- $y$  של נקודה  $D$  הוא 4. למציאת שיעור ה- $x$  של נקודה  $D$  נציב  $y = 4$  במשוואה:  $y = -\frac{1}{3}x + 5$  ונקבל:  $4 = -\frac{1}{3}x + 5 \quad / \cdot 3$
- $$12 = -x + 15 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow D(3, 4)$$
- (ii) מכיוון ש-  $BD$  מאונך לציר ה- $x$  הרי ששיעור ה- $x$  של נקודה  $B$  הוא כמו שיעור ה- $x$  של נקודה  $D$ , ושיעור ה- $y$  של נקודה  $B$  הוא אפס, כי נקודה  $B$  נמצאת על ציר ה- $x$ . כלומר:  $B(3, 0)$ .
- (ג) נקודה  $C$  הנמצאת על הישר שמשוואתו  $y = -\frac{1}{3}x + 5$ , נמצאת גם על ציר ה- $y$  כלומר שיעור ה- $x$  שלה הוא אפס. למציאת שיעור ה- $y$  של  $C$  נציב  $x = 0$  במשוואת הישר ונקבל:
- $$y = -\frac{1}{3} \cdot 0 + 5 = 5$$
- כלומר:  $C(0, 5)$ .
- נסמן:  $E(x_E, y_E)$  ומכיוון שהנקודה  $D(3, 4)$  היא אמצע הקטע  $CE$  נקבל:
- $$3 = \frac{0 + x_E}{2} \Rightarrow x_E = 6$$
- $$4 = \frac{5 + y_E}{2} \Rightarrow y_E = 3$$
- כלומר:  $E(6, 3)$ .
- כמו כן:  $B(3, 0)$ , לכן:  $m_{BE} = \frac{3-0}{6-3} = \frac{3}{3} = 1$ .
- ומשוואת הישר  $BE$  (ישר א'):  $y - 0 = 1(x - 3) \Rightarrow y = x - 3$

(2) (א) רדיוס המעגל השני הוא R.

$$\frac{100 + 40}{100} \cdot R = 1.4R$$

רדיוס המעגל הראשון הוא:

$$S_1 - S_2 = \pi(1.4R)^2 - \pi R^2 = 1.96\pi R^2 - \pi R^2 = 0.96\pi R^2$$

(ב) שטח העיגול הראשון גדול ב-96% משטח העיגול השני.

$$P_1 = 2\pi(1.4R) = 2.8\pi R, \quad P_2 = 2\pi R \quad (ג)$$

כלומר היקף מעגל ראשון גדול ב- $2.8\pi R - 2\pi R = 0.8\pi R$

מהיקף מעגל שני. ולכן היקף מעגל ראשון גדול ב- $\frac{0.8\pi R}{2\pi R} \cdot 100\% = 40\%$

(3) נסמן ב-x את מספר הכיסאות שקנה הסוחר מסוג (א)

ואז  $70 - x$  יסמן את מספר הכיסאות שקנה הסוחר מסוג (ב).

נסמן ב-y את המחיר ששילם הסוחר עבור כל כיסא מסוג (א)

ואז  $15 - y$  יסמן את המחיר ששילם הסוחר עבור כל כיסא מסוג (ב).

מהנתונים הנוספים בשאלה נקבל את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} x \cdot y = 1,500 \Rightarrow y = \frac{1,500}{x} \\ (70 - x) \cdot (y - 15) = 1,400 \end{cases}$$

נציב  $\frac{1,500}{x}$  במקום y במשוואה השנייה ונקבל:

$$(70 - x) \cdot \left(\frac{1,500}{x} - 15\right) = 1,400$$

$$\frac{105,000}{x} - 1,050 - 1,500 + 15x = 1,400 \quad / \cdot x$$

$$105,000 - 1,050x - 1,500x + 15x^2 = 1,400x$$

$$15x^2 - 3,950x + 105,000 = 0 \quad / : 5$$

$$3x^2 - 790x + 21,000 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{790 \pm \sqrt{(-790)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 21,000}}{2 \cdot 3}$$

$$x_{1,2} = \frac{790 \pm 610}{6} \Rightarrow x_1 = 233\frac{1}{3}, \quad x_2 = 30$$

מספר הכיסאות צריך להיות מספר שלם, לכן הסוחר קנה 30 כיסאות

מסוג א', ו-40 כיסאות מסוג ב'.

- (4) (א) שיפוע הישר שמשוואתו  $y = 2x + 4$  הוא 2. נמצא עבור איזה ערך של  $x$  מתקיים  $y' = 2$

$$y' = -2x - 4$$

$$2 = -2x - 4 \Rightarrow 2x = -6 \Rightarrow x = -3$$

כלומר כאשר  $x = -3$  לפרבולה ולישר יש אותו שיפוע.

- (ב) אם הישר משיק לפרבולה עבור  $x = -3$  (כפי שמצאנו בסעיף (א)) הרי

שיעור ה- $x$  של נקודת ההשקה של הישר והפרבולה הוא  $-3$ .

נציב  $x = -3$  במשוואת הפרבולה ובמשוואת הישר ונקבל את שיעור ה- $y$  של נקודת ההשקה.

$$y_{\text{פרבולה}} = -(-3)^2 - 4 \cdot (-3) + c = -9 + 12 + c = 3 + c$$

$$y_{\text{ישר}} = 2 \cdot (-3) + 4 = -6 + 4 = -2$$

$$3 + c = -2$$

נשווה את שיעורי ה- $y$  ונקבל:

$$c = -5$$

כלומר:

$$y = -x^2 - 4x - 5$$

(ג) משוואת הפרבולה:

$$x_{\text{קדקוד}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot (-1)} = -2$$

$$y_{\text{קדקוד}} = -(-2)^2 - 4(-2) - 5 = -4 + 8 - 5 = -1$$

כלומר שיעורי נקודת המקסימום  $(-2, -1)$ .

- (5) (א) נסמן ב- $x$  את מספר האנשים שהצטרפו לקבוצה של 20 האנשים,

ואז  $(x + 20)$  הוא מספר האנשים בקבוצה,

ו- $(96 - 3x)$  ש"ח הוא הסכום שכל סועד משלם למסעדה.

הסכום הכולל שמשלמת כל הקבוצה למסעדה הוא:

$$f(x) = (x + 20)(96 - 3x) = -3x^2 + 36x + 1,920$$

נמצא עבור איזה ערך של  $x$  הערך של  $f(x)$  יהיה מקסימלי.

$$f'(x) = -6x + 36$$

**דרך I:**

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -6x + 36 = 0 \Rightarrow x = 6$$

$$f''(x) = -6 \Rightarrow \max$$

המשך בעמוד הבא <<<

**דרך II :**  $f(x)$  היא פונקציה ריבועית בעלת מקסימום, כי המקדם

הראשי  $a$  הוא שלילי. ערך המקסימום מתקבל בקדקוד הפרבולה.

$$x_{\text{קדקוד}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{36}{2 \cdot (-3)} = 6$$

**תשובה:** בקבוצה 26 אנשים.

(ב) כל אדם משלם: 78 ש"ח  $= 96 - 3 \cdot 6$ , כלומר הכנסת המסעדה:

$$26 \cdot 78 = 2,028 \text{ ש"ח}$$

$$x = 2 \Rightarrow y = \frac{1}{4} \cdot 2^3 = \frac{1}{4} \cdot 8 = 2 \quad (6) \text{ (א)}$$

כלומר נקודת השקה  $(2, 2)$ .

$$y' = \frac{3}{4} x^2$$

$$y'(2) = \frac{3}{4} \cdot 2^2 = 3$$

$$y - 2 = 3(x - 2) \Rightarrow y = 3x - 4 \quad \text{משוואת המשיק:}$$

(ב) נציב  $x = -4$  במשוואת המשיק ובמשוואת הפונקציה.

$$\text{פונקציה } y = \frac{1}{4} \cdot (-4)^3 = \frac{1}{4} \cdot (-64) = -16$$

$$\text{משיק } y = 3 \cdot (-4) - 4 = -12 - 4 = -16$$

כלומר המשיק והפונקציה נחתכים בנקודה שבה  $x = -4$

(בנקודה  $(-4, -16)$ ).

(ג) השטח המבוקש הוא שטח בין גרף הפונקציה למשיק ולכן:

$$S = \int_{-4}^2 \left[ \frac{1}{4} x^3 - (3x - 4) \right] dx = \int_{-4}^2 \left[ \frac{1}{4} x^3 - 3x + 4 \right] dx =$$

$$= \left( \frac{1}{4} \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 4x \right) \Big|_{-4}^2 =$$

$$= \left( \frac{2^4}{16} - \frac{3 \cdot 2^2}{2} + 4 \cdot 2 \right) - \left( \frac{(-4)^4}{16} - \frac{3 \cdot (-4)^2}{2} + 4(-4) \right) =$$

$$= (1 - 6 + 8) - (16 - 24 - 16) = 3 - (-24) = 27 \text{ יחידות שטח}$$

**גבי יקואל**

**מ ש ב צ ת**

**[www.mishbetzet.co.il](http://www.mishbetzet.co.il)**

**טלפון: 04-8200929**

**ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה**

**לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות**