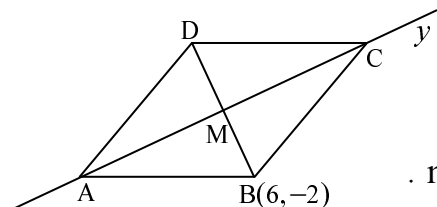


פתרון מבחן מס' 12 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017



(1) (א) האלכסונים במעוין

מאונכים זה לזה,

לכן: $m_{BD} \cdot m_{AC} = -1$

$m_{BD} = -\frac{1}{2}$, מכאן: $m_{BD} \cdot 2 = -1$

$y - y_B = m_{BD} \cdot (x - x_D)$: משוואת BD

$y + 2 = -\frac{1}{2}(x - 6)$

$y = -\frac{1}{2}x + 1$

(ב) את שיעורי נקודת חיתוך האלכסונים ניתן למצוא

כפתרון של מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = -\frac{1}{2}x + 1 \end{cases}$$

$2x - 4 = -\frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow 2\frac{1}{2}x = 5 \Rightarrow x = 2$

$x = 2 \Rightarrow y = 2 \cdot 2 - 4 = 0 \Rightarrow M(2, 0)$

(ג) הנקודה A נמצאת על הישר $y = 2x - 4$, לכן: $6 = 2 \cdot x_A - 4$

לכן: $x_A = 5$, $A(5, 6)$

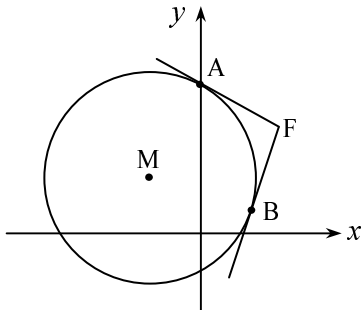
הנקודה $M(2, 0)$ היא אמצע האלכסון AC , לכן לפי נוסחת השיעורים

של אמצע קטע:

$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} \Rightarrow 2 = \frac{5 + x_C}{2} \Rightarrow 4 = 5 + x_C \Rightarrow x_C = -1$

$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} \Rightarrow 0 = \frac{6 + y_C}{2} \Rightarrow 0 = 6 + y_C \Rightarrow y_C = -6$

תשובה: $C(-1, -6)$



(2) (א) למציאת שיעורי הנקודה F

נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -\frac{x}{2} + 4 \end{cases}$$

$$2x - 1 = -\frac{x}{2} + 4$$

$$2.5x = 5 \Rightarrow x = 2$$

$$x = 2 \Rightarrow y = 2 \cdot 2 - 1 = 3$$

תשובה: F(2,3)

(ב) (i) רדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה, לכן: $m_{MA} \cdot m_{AF} = -1$

$$m_{MA} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \Rightarrow m_{MA} = 2$$

$$m_{MB} \cdot m_{BF} = -1 \Rightarrow m_{MB} \cdot 2 = -1 \Rightarrow m_{MB} = -\frac{1}{2}$$

$$y - y_A = m_{MA}(x - x_A) \quad \text{משוואת MA (ii)}$$

$$y - 4 = 2(x - 0) \Rightarrow y = 2x + 4$$

$$y - y_B = m_{MB}(x - x_B) \quad \text{משוואת MB}$$

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 1) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}$$

למציאת שיעורי הנקודה M נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = -\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2x + 4 = -\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2} \quad / \cdot 2$$

$$4x + 8 = -x + 3 \Rightarrow 5x = -5 \Rightarrow x = -1$$

$$x = -1 \Rightarrow y = 2 \cdot (-1) + 4 = 2$$

תשובה: M(-1,2)

המשך בעמוד הבא <<<

$$\cdot S_{\Delta MAF} = \frac{MA \cdot AF}{2} \text{ : מכאן , } \angle MAF = 90^\circ \text{ , לכן : } MA \perp AF \quad (i) \quad (g)$$

$$AM = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2} = \sqrt{(0+1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{5}$$

$$AF = \sqrt{(x_A - x_F)^2 + (y_A - y_F)^2} = \sqrt{(0-2)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{5}$$

$$S_{\Delta MAF} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{2} = \frac{5}{2} \text{ יחידות שטח}$$

$$\text{ , } \angle MAF = \angle MBF = 90^\circ \text{ , } MF = MF \text{ , } AM = BM = R \quad (ii)$$

לכן : $\Delta MAF \cong \Delta MBF$ לפי משפט חפיפה ז.צ.ז.

(זווית מול הצלע הגדולה).

$$\text{לכן : } S_{\Delta MAF} = S_{\Delta MBF} \text{ , ו- } S_{\Delta MAF} = 2 \cdot S_{\Delta MAF} \text{ דלתון . מכאן :}$$

$$S_{\Delta MAF} = 2 \cdot \frac{5}{2} = 5 \text{ יחידות שטח}$$

(3) נסמן ב- x את מספר הכיסאות שקנה הסוחר.

מכאן , מחיר הקנייה של כל כיסא הוא $\frac{4,800}{x}$ ש"ח.

$$\frac{100\% - 30\%}{100\%} \cdot \frac{4,800}{x} = \text{ש"ח} \frac{3,360}{x} \text{ : מחיר המכירה של כיסא פגום אחד הוא}$$

מספר הכיסאות התקינים : $x - 3$.

$$\frac{100\% + 20\%}{100\%} \cdot \frac{4,800}{x} = \text{ש"ח} \frac{5,760}{x} \text{ : מחיר המכירה של כיסא תקין אחד הוא}$$

לפי נתוני השאלה , נרכיב את המשוואה :

$$3 \cdot \frac{3,360}{x} + (x - 3) \cdot \frac{5,760}{x} = 4,800 + 480 \quad / \cdot x$$

$$10,080 + 5,760x - 17,280 = 5,280x$$

$$480x = 7,200 \Rightarrow x = 15$$

תשובה : הסוחר קנה 15 כסאות.

(4) (א) מהנתון שהמשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -2$ מקביל לציר ה- x נסיק כי $f'(-2) = 0$.

$$f'(x) = \frac{3}{4} \cdot 4x^3 + 2a \cdot 2x$$

$$f'(x) = 3x^3 + 4ax$$

$$0 = 3(-2)^3 + 4a \cdot (-2)$$

$$0 = -24 - 8a \Rightarrow 8a = -24 \Rightarrow a = -3$$

(ב) נמצא את שיעור ה- y של נקודת ההשקה (נציב גם $a = -3$).

$$f(-2) = \frac{3}{4}(-2)^4 + 2 \cdot (-3) \cdot (-2)^2$$

$$f(-2) = \frac{3}{4} \cdot 16 - 6 \cdot 4 = 12 - 24 = -12$$

כלומר נקודת ההשקה $(-2, -12)$.

ומכיון שהמשיק מקביל לציר ה- x הרי שמשוואתו: מספר קבוע $y =$

כלומר: $y = -12$.

(5) (א) למציאת שיעורי נקודה A נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4x \\ y = x \end{cases} \Rightarrow x = -x^2 + 4x \Rightarrow x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 3$$

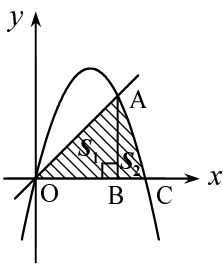
כלומר שיעור ה- x של הנקודה A הוא 3.

ומכאן גם $y = x = 3$ ולכן: $A(3,3)$.

(ב) נוריד אנך מ- A לציר ה- x ונחשב את השטח המבוקש

כסכום של השטחים S_1 ו- S_2 שבסרטוט.

$$S_1 = S_{\triangle OAB} = \frac{OB \cdot AB}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4\frac{1}{2}$$



נמצא את שיעור ה- x של נקודה C (נקודת החיתוך של הפרבולה עם

$$0 = -x^2 + 4x \Rightarrow 0 = x(-x + 4) \quad \text{ציר ה-} x).$$

$$x_1 = 0, x_2 = 4$$

כלומר $x_B = 4$.

המשך בעמוד הבא <<<

$$S = \int_3^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{4x^2}{2} \right) \Big|_3^4 = \text{ואז}$$

$$= \left(-\frac{4^3}{3} + 2 \cdot 4^2 \right) - \left(-\frac{3^3}{3} + 2 \cdot 3^2 \right) = \left(-\frac{64}{3} + 32 \right) - (-9 + 18) = 1\frac{2}{3}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = 4\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3} = 6\frac{1}{6} \quad \text{כלומר:}$$

(6) נסמן ב- x ס"מ את אורך הצלע הקטנה של העמוד,

ואז $\frac{2,400}{x}$ ס"מ יסמן את אורך הצלע הגדולה של העמוד

(לפי הנתון ששטח כל עמוד הוא 2,400 סמ"ר).

$$f(x) = \text{שטח מקווקו} = (x - 12) \cdot \left(\frac{2,400}{x} - 32 \right)$$

$$f(x) = 2,400 - 32x - \frac{28,800}{x} + 384$$

$$f'(x) = -32 + \frac{28,800}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{28,800}{x^2} = 32 \quad / \cdot x^2$$

$$32x^2 = 28,800 \quad / : 32$$

$$x^2 = 900 \Rightarrow x = \pm 30$$

מכיוון שאורך צלע לא יכול להיות שלילי, הרי ש- $x = 30$,

$$\frac{2,400}{x} = \frac{2,400}{30} = 80 \quad \text{ואז:}$$

$$f''(x) = 28,800 \cdot \left(-\frac{2}{x^3} \right)$$

$$f''(30) < 0 \Rightarrow \max$$

תשובה: השטח המיועד לדפוס יהיה מקסימלי אם ממדי העמוד

בחברת הפרסומת יהיו 80 ס"מ ו- 30 ס"מ.

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות