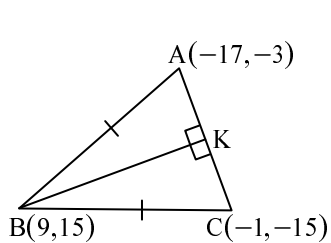


פתרון מבחן מס' 9 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017



$$AC = \sqrt{(-17+1)^2 + (-3+15)^2} = \quad (א) \quad (1)$$

$$= 20 \text{ יחידות אורך}$$

$$BC = \sqrt{(9+1)^2 + (15+15)^2} =$$

$$= \sqrt{1,000} \text{ יחידות אורך}$$

$$AB = \sqrt{(9+17)^2 + (15+3)^2} =$$

$$= \sqrt{1,000} \text{ יחידות אורך}$$

כלומר $AB = BC$ ואז המשולש הוא משולש שווה-שוקיים.

(ב) בסיס המשולש הוא AC. הגובה לבסיס הוא BK.

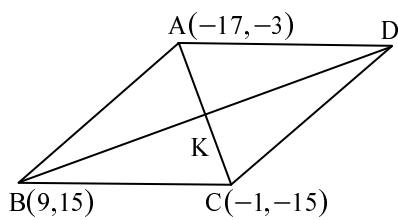
במשולש שווה-שוקיים הגובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס, כלומר:

$$AK = KC = \frac{1}{2} AC = 10 \text{ יחידות אורך}$$

$$BC^2 = BK^2 + KC^2 \quad \text{לפי משפט פיתגורס ב-} \triangle BCK :$$

$$1,000 = BK^2 + 10^2 \Rightarrow BK^2 = 900 \Rightarrow BK = 30 \text{ יחידות אורך}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AC \cdot BK}{2} = \frac{20 \cdot 30}{2} = 300 \text{ יחידות שטח} \quad (ג)$$



(ד) במעוין האלכסונים חוצים זה את זה,

כלומר K היא נקודת אמצע הקטע BD

וגם אמצע הקטע AC.

$$x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-17-1}{2} = -9$$

$$y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-3-15}{2} = -9$$

כלומר: $K(-9, -9)$, ואז:

$$-9 = \frac{9+x_D}{2} \Rightarrow x_D = -27$$

$$-9 = \frac{15+y_D}{2} \Rightarrow y_D = -33$$

. תשובה: $D(-27, -33)$

(2) (א) הנקודה D נמצאת על המעגל, לכן: $(0-3)^2 + (2-7)^2 = R^2$
 כלומר: $R^2 = 9 + 25 = 34$

(ב) נסמן את מרכז המעגל ב-M. נתון: $M(3,7)$.
 M היא נקודת אמצע הקוטר BD, לכן:

$$3 = \frac{0+x_B}{2} \Rightarrow x_B = 6$$

$$7 = \frac{2+y_B}{2} \Rightarrow y_B = 12$$

כלומר: $B(6,12)$.

(ג) אלכסוני הריבוע מאונכים זה לזה, כלומר $AC \perp BD$.
 מכפלת שיפועי ישרים מאונכים שווה ל-1, לכן:

$$m_{AC} \cdot m_{BD} = -1$$

$$m_{BD} = \frac{12-2}{6-0} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$m_{AC} = -\frac{3}{5} = -0.6 \quad \text{ואז:}$$

משוואת הישר AC ששיפועו $m = -0.6$ והעובר דרך $M(3,7)$:

$$y - 7 = -0.6(x - 3) \Rightarrow y = -0.6x + 8.8$$

$$S_{\Delta BDC} = \frac{BD \cdot CM}{2} = \frac{2R \cdot R}{2} = R^2 = 34 \quad \text{יחידות שטח} \quad \text{(ד)}$$

(3) (א) נסמן ב-x את מספר הבקבוקים שקנה רוני בקיוסק,

ואז $\frac{48}{x}$ ש"ח הוא מחיר כל בקבוק בקיוסק.

$\frac{48}{x} - 1.2$ ש"ח יסמן את המחיר של כל בקבוק בסופרמרקט.

ו- $x + 3$ יסמן את מספר הבקבוקים שרוני יכל לקנות בסופרמרקט

כדי לחסוך 25% מהסכום ששילם בקיוסק.

לפי נתוני השאלה, ניתן להרכיב את המשוואה:

$$(x+3)\left(\frac{48}{x} - 1.2\right) = \frac{100-25}{100} \cdot 48$$

$$48 - 1.2x + \frac{144}{x} - 3.6 = 0.75 \cdot 48 \quad / \cdot x$$

$$48x - 1.2x^2 + 144 - 3.6x = 36x$$

◀◀◀ המשך בעמוד הבא

$$-1.2x^2 + 8.4x + 144 = 0 \quad /: (-1.2)$$

$$x^2 - 7x - 120 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot (-120)}}{2} = \frac{7 \pm 23}{2} \Rightarrow x_1 = 15, x_2 = -8$$

מספר בקבוקים הוא מספר טבעי, לכן $x = 15$.

תשובה: רוני קנה 15 בקבוקי מים מינרלים בקיוסק.

$$\frac{48}{x} = \frac{48}{15} = 3.2 \text{ ש"ח} \quad \text{(ב) מחיר כל בקבוק בקיוסק:}$$

$$y' = B + \frac{12}{x^2} \quad \text{(א) נתון: } y'(-2) = 0 \quad \text{(4)}$$

$$0 = B + \frac{12}{(-2)^2} \Rightarrow 0 = B + 3 \Rightarrow B = -3$$

$$y = -3x - \frac{12}{x} \Rightarrow x \neq 0 \quad \text{(ב) תחום הגדרה:}$$

$$y' = 0 \Rightarrow -3 + \frac{12}{x^2} = 0 \quad / \cdot x^2 \quad \text{(ג)}$$

$$-3x^2 + 12 = 0 \quad /: (-3) \Rightarrow x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$y(2) = -3 \cdot 2 - \frac{12}{2} = -12$$

$$y(-2) = -3 \cdot (-2) - \frac{12}{-2} = 12$$

כלומר נקודות חשודות לקיצון: $(-2, 12)$, $(2, -12)$.

x	$x < -2$	$x = -2$	$-2 < x < 0$	$x = 0$
$y'(x)$	-	0	+	נקודת אי-הגדרה
$y(x)$	↘	min	↗	

x	$0 < x < 2$	$x = 2$	$x > 2$
$y'(x)$	+	0	-
$y(x)$	↗	max	↘

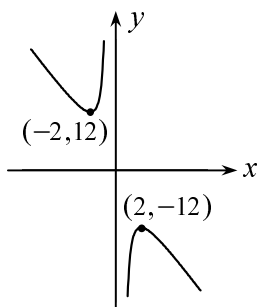
המשך בעמוד הבא <<<

$$y'(-3) = -3 + \frac{12}{(-3)^2} < 0 \quad y'(1) = -3 + \frac{12}{1^2} > 0$$

$$y'(-1) = -3 + \frac{12}{(-1)^2} > 0 \quad y'(3) = -3 + \frac{12}{3^2} < 0$$

כלומר: $\max(2, -12)$, $\min(-2, 12)$

(ד) ראו סרטוט משמאל.



$$y' = -2x + 6 \quad (א) \quad (5)$$

$$y' = 0 \Rightarrow -2x + 6 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$y'' = -2 \Rightarrow \max$$

תשובה: שיעור ה- x של נקודת המקסימום הוא 3.

$$y = \int y' dx = \int (-2x + 6) dx = -x^2 + 6x + C \quad y(3) = 9 \quad (ב)$$

נציב בפונקציה את שיעורי נקודת המקסימום $(3, 9)$:

$$9 = -3^2 + 6 \cdot 3 + C \Rightarrow C = 0$$

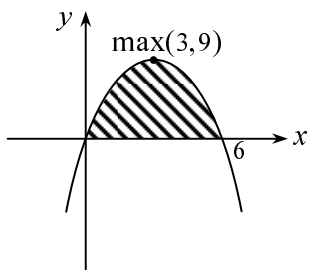
$$\text{כלומר: } y = -x^2 + 6x$$

$$y = 0 \Rightarrow 0 = -x^2 + 6x \Rightarrow x(-x + 6) = 0 \quad (ג)$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 6$$

כלומר נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x : $(6, 0)$, $(0, 0)$

◀◀◀ המשך בעמוד הבא



(ד) נתאר סקיצה של גרף הפונקציה.
 הפונקציה ריבועית ולכן הגרף שלה
 הוא פרבולה.

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^6 (-x^2 + 6x) dx = -\frac{x^3}{3} + 3x^2 \Big|_0^6 = \\
 &= \left(-\frac{6^3}{3} + 3 \cdot 6^2\right) - 0 = -72 + 108 = \\
 &= 36 \text{ יחידות שטח}
 \end{aligned}$$

(6) נסמן: $x_A = t$ ואז $y_A = 5t - t^2$.

$$\begin{aligned}
 f(t) &= \text{היקף המלבן} = 2(OB + OA) = \\
 &= 2 \cdot [(x_B - x_O) + (y_A - y_B)] = 2 \cdot [(t - 0) + (5t - t^2 - 0)] \\
 f(t) &= 2(t + 5t - t^2) = 12t - 2t^2 \quad \text{כלומר:} \\
 f'(t) &= 12 - 4t \\
 f'(t) = 0 &\Rightarrow 12 - 4t = 0 \Rightarrow 4t = 12 \Rightarrow t = 3 \\
 y_A &= 5 \cdot 3 - 3^2 = 6 \\
 f''(t) &= -4 \Rightarrow \text{max}
 \end{aligned}$$

תשובה: עבור $A(3,6)$ למלבן יהיה היקף מקסימלי.

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות