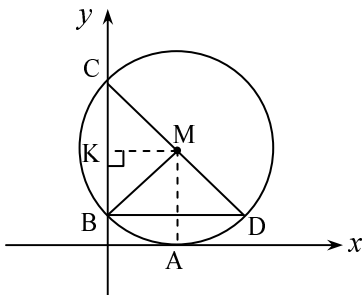


פתרון מבחן מס' 8 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017



(1) (א) משיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה,

לכן: $x_M = x_A = 5$.

רדיוס המעגל הוא 13, לכן: $y_M = 13$,

כלומר $M(5, 13)$ ומשוואת המעגל היא:

$$(x - 5)^2 + (y - 13)^2 = 169$$

(ב) נעביר אנך מ-M לציר ה-y, החותך אותו

בנקודה K.

13 יחידות אורך $BM = R$, כמו כן: $KM = x_M = 5$.

לפי משפט פיתגורס ב- $\triangle BKM$ ($\sphericalangle BKM = 90^\circ$):

$$5^2 + BK^2 = 13^2 \Rightarrow BK^2 = 169 - 25 = 144$$

$$BK = \sqrt{144} = 12 \text{ יחידות אורך}$$

אנך מרכז המעגל למיתר חוצה את המיתר, כלומר $BK = CK$, ואז:

$$BC = 2 \cdot BK = 2 \cdot 12 = 24 \text{ יחידות אורך}$$

(ג) מכיוון ש-CD הוא קוטר במעגל, הרי שהנקודה M היא נקודת

אמצע הקטע CD.

$$y_C = y_K + \frac{1}{2} \cdot BC = 13 + \frac{24}{2} = 25 \text{ כמו כן:}$$

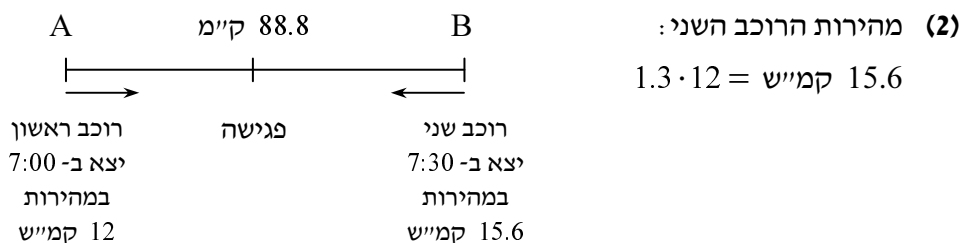
$$x_M = \frac{x_C + x_D}{2} \Rightarrow 5 = \frac{0 + x_D}{2} \Rightarrow x_D = 10$$

$$y_M = \frac{y_C + y_D}{2} \Rightarrow 13 = \frac{25 + y_D}{2} \Rightarrow y_D = 1$$

כלומר $D(10, 1)$.

$$S_{\triangle ABD} = \frac{BD \cdot BD - \text{הגובה ל-} BD}{2} = \frac{(x_D - x_B)(y_D - y_A)}{2} = \tag{ד}$$

$$= \frac{(10 - 0)(1 - 0)}{2} = 5 \text{ יחידות שטח}$$



נסמן ב- t שעות את הזמן שחלף מהשעה 7:00 ועד שהרוכבים נפגשו.

דרך	זמן	מהירות	
$12t$	t	12	רוכב ראשון
$15.6(t - \frac{1}{2})$	$t - \frac{1}{2}$	15.6	רוכב שני

מהנתון כי המרחק בין הערים הוא 88.8 ק"מ, נקבל את המשוואה:

$$12t + 15.6(t - \frac{1}{2}) = 88.8$$

$$12t + 15.6t - 7.8 = 88.8$$

$$27.6t = 96.6 \quad / : 27.6$$

$$t = 3.5$$

תשובה: הרוכבים ייפגשו 3.5 שעות לאחר היציאה של הרוכב הראשון.

(3) נסמן ב- x ש"ח את מחירו הנוכחי של הארון,

ואז $(360 - x)$ ש"ח יסמן את מחיר ההובלה.

מנתוני השאלה ניתן להרכיב את המשוואה:

$$\frac{100 + 15}{100} \cdot x + \frac{100 - 20}{100} \cdot (360 - x) = 400$$

$$1.15x + 0.8(360 - x) = 400$$

$$1.15x + 288 - 0.8x = 400$$

$$0.35x = 112 \quad / : 0.35$$

$$x = \frac{112}{0.35} = 320$$

תשובה: מחיר הנוכחי של הארון בלי הובלה הוא 320 ש"ח.

$$f(x) = (x-2)(x^2 - x - 12) \quad (א) \quad (4)$$

$$y = 0 \Rightarrow (x-2)(x^2 - x - 12) = 0$$

$$x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (-12)}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = 4, \quad x_2 = -3$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x_3 = 2$$

כלומר נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x הן:

$$(4, 0), (2, 0), (-3, 0)$$

(ב) הנקודה הימנית מבין הנקודות שמצאנו בסעיף (א) היא $(4, 0)$.

$$f(x) = (x-2)(x^2 - x - 12) = x^3 - x^2 - 12x - 2x^2 + 2x + 24$$

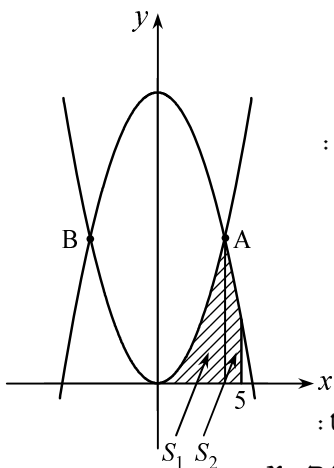
$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 10x + 24 \quad \text{כלומר:}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 10$$

$$f'(4) = 3 \cdot 4^2 - 6 \cdot 4 - 10 = 48 - 24 - 10 = 14$$

משוואת המשיק ששיפועו 14 ועובר דרך $(4, 0)$:

$$y - 0 = 14(x - 4) \Rightarrow y = 14x - 56$$



(5) (א) למציאת שיעורי ה- x של נקודות

החיתוך A ו-B, נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = -x^2 + 32 \end{cases} \Rightarrow x^2 = -x^2 + 32$$

$$2x^2 = 32 \Rightarrow x^2 = 16$$

כלומר: $x_A = 4, x_B = -4$.

(ב) נמצא את השטח המבוקש כסכום של שני שטחים:

S_1 – השטח בין גרף הפונקציה $f(x)$ לבין ציר ה- x

בגבולות מ-0 ועד $x_A = 4$,

S_2 – השטח שבין גרף הפונקציה $g(x)$ לבין ציר ה- x

בגבולות מ-4 ועד 5.

◀◀◀ המשך בעמוד הבא

$$S_1 = \int_0^4 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^4 = \frac{4^3}{3} - 0 = \frac{64}{3} = 21\frac{1}{3} \text{ יחידות שטח}$$

$$S_2 = \int_4^5 (32 - x^2) dx = 32x - \frac{x^3}{3} \Big|_4^5 = \left(32 \cdot 5 - \frac{5^3}{3}\right) - \left(32 \cdot 4 - \frac{4^3}{3}\right) =$$

$$= 118\frac{1}{3} - 106\frac{2}{3} = 11\frac{2}{3} \text{ יחידות שטח}$$

$$S_{\text{מקווקו}} = 21\frac{1}{3} + 11\frac{2}{3} = 33 \text{ יחידות שטח} \quad \text{כלומר:}$$

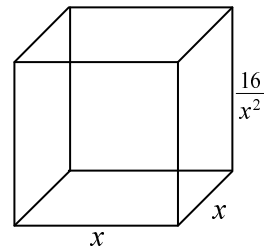
(6) לפנינו שאלת ערך קיצון. פונקציית המטרה היא מחיר התיבה.

נסמן את אורך צלע הבסיס ב- x דצימטר.

את גובה התיבה נביע באמצעות x : $x^2 \cdot h =$ גובה התיבה \times צלע הבסיס $= V$

$$16 = x^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{16}{x^2}$$

$$f(x) = \underbrace{10x^2 + 10x^2}_{\text{סך הכול מחיר הפח בבסיסים}} + \underbrace{5 \cdot 4 \cdot \left(\frac{16}{x^2} \cdot x\right)}_{\text{סך הכול מחיר הקרטון ב-4 הדפנות}}$$



$$f(x) = 20x^2 + 20 \cdot \frac{16}{x}$$

$$f(x) = 20x^2 + \frac{320}{x}$$

$$f'(x) = 40x - \frac{320}{x^2} = 0 \Rightarrow 40x^3 - 320 = 0$$

$$x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$$

$$f''(x) = 40x - 320 \cdot \frac{1}{x^2} \Rightarrow \text{למציאת סוג הקיצון:}$$

$$f'''(x) = 40 - 320 \cdot \left(-\frac{2}{x^3}\right) = 40 + \frac{640}{x^3}$$

$$f'''(2) = 40 + \frac{640}{2^3} > 0 \Rightarrow \text{min}$$

תשובה: אורך צלע הבסיס צריך להיות 2 דצימטר,

כדי שמחיר התיבה יהיה מינימלי.

גבי יקואל

מ ש ב צ ת

www.mishbetzet.co.il

טלפון: 04-8200929

ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה

לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות