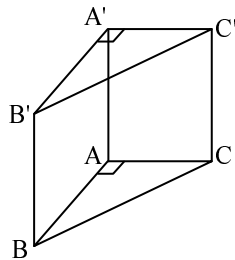


**פתרון מבחן מס' 7 (ספר לימוד – שאלון 035803)**

09-05-2017



(1) (א) נתון:  $\angle BAC = \angle B'A'C' = 90^\circ$ .

נסמן ב-  $x$  ס"מ את אורך היתר  $BC$  ואז:

$$AC = \frac{100-20}{100} \cdot x = 0.8x \text{ ס"מ}$$

לפי משפט פיתגורס ב-  $\triangle ABC$ :

$$AC^2 + AB^2 = BC^2$$

$$(0.8x)^2 + AB^2 = x^2 \Rightarrow 0.64x^2 + AB^2 = x^2$$

$$AB^2 = 0.36x^2 \Rightarrow AB = \sqrt{0.36x^2}$$

כלומר:  $AB = 0.6x$  ס"מ.

$AB$  קטן מהיתר  $BC$  ב-  $0.4x$  ס"מ,  $x - 0.6x = 0.4x$ .

כלומר ב-  $\frac{0.4x}{x} \cdot 100\% = 40\%$ .

$$AB + BC + AC = 48 \text{ ס"מ} \quad \text{(ב) נתון:}$$

$$0.6x + x + 0.8x = 48 \quad \text{כלומר:}$$

$$2.4x = 48 \quad /: 2.4 \Rightarrow x = 20$$

ואז:  $AB = 0.6 \cdot 20 = 12$  ס"מ,  $AC = 0.8 \cdot 20 = 16$  ס"מ,

$BC = 20$  ס"מ.

(ג) נתון:  $AA' = 12$  ס"מ, ואז:

$$V_{\text{מנסרה}} = \text{גובה המנסרה} \cdot \text{שטח הבסיס} = \frac{AB \cdot AC}{2} \cdot AA' =$$

$$= \frac{12 \cdot 16}{2} \cdot 12 = 1,152 \text{ סמ"ק}$$

(2) (א) הנקודה  $O(0,0)$  נמצאת על המעגל  $(x-3)^2 + (y-6)^2 = R^2$ ,  
 לכן:  $(0-3)^2 + (0-6)^2 = R^2$   
 כלומר:  $R^2 = 9 + 36 = 45$   
 ומשוואת המעגל היא:  $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 45$

(ב) (i) נקודה  $A(y_A = 3)$  נמצאת על המעגל, לכן:  
 $(x-3)^2 + (3-6)^2 = 45 \Rightarrow (x-3)^2 + 9 = 45$   
 $(x-3)^2 = 36$   
 $x-3 = 6 \Rightarrow x_1 = 9$   
 $x-3 = -6 \Rightarrow x_2 = -3$

מכיוון שהנקודה  $A$  נמצאת ברביע השני, הרי ש-  $x_A = -3$ ,  
 כלומר:  $A(-3,3)$ .

(ii) נמצא את שיעורי הנקודות  $B$  ו-  $C$ :

$x_C = 0 \Rightarrow (0-3)^2 + (y-6)^2 = 45 \Rightarrow (y-6)^2 = 36$   
 $y-6 = 6 \Rightarrow y_1 = 12$   
 $y-6 = -6 \Rightarrow y_2 = 0$

מכאן נקבל:  $C(0,12)$ .

$y_B = 0 \Rightarrow (x-3)^2 + (0-6)^2 = 45 \Rightarrow (x-3)^2 = 9$   
 $x-3 = 3 \Rightarrow x_1 = 6$   
 $x-3 = -3 \Rightarrow x_2 = 0$

מכאן נקבל:  $B(6,0)$ .

$m_{BC} = \frac{12-0}{0-6} = -2$ ,  $m_{AO} = \frac{3-0}{-3-0} = -1$

מכיוון שהשיפועים אינם שווים, הרי ש-  $AO$  אינו מקביל ל-  $BC$ .

(ג)  $S_{\Delta AOB} = \frac{OB \cdot OA \cdot \sin \angle AOB}{2} = \frac{(x_B - x_O)(y_A - y_O)}{2} =$   
 $= \frac{(6-0)(3-0)}{2} = 9$  יחידות שטח

(3) נסמן ב-  $x$  את מספר המחברות שקנה יואב בקיץ,

ואז כל מחברת שקנה בקיץ עולה  $\frac{65}{x}$  ש"ח.

$$\frac{100-20}{100} \cdot \frac{65}{x} = 0.8 \cdot \frac{65}{x} = \text{ש"ח } \frac{52}{x} \quad \text{בחורף כל מחברת עולה:}$$

ומספר המחברות שקנה יואב בחורף הוא  $(x+5)$ .

$$\frac{52}{x} \cdot (x+5) = 62 \quad / \cdot x \quad \text{מנתוני השאלה נרכיב את המשוואה:}$$

$$52x + 260 = 62x \Rightarrow 260 = 10x \Rightarrow x = 26$$

**תשובה:** יואב קנה בקיץ 26 מחברות.

(4) (א) תחום הגדרה:  $x \neq 0$  (מכנה שונה מ-0).

$$y' = -1 + \frac{9}{x^2} \quad \text{(ב)}$$

$$y' = 0 \Rightarrow \frac{9}{x^2} = 1 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$y(3) = -3 - \frac{9}{3} = -6$$

$$y(-3) = 3 - \frac{9}{-3} = 6$$

כלומר  $(-3, 6)$ ,  $(3, -6)$  נקודות "חשודות" לקיצון.

x	$x < -3$	$x = -3$	$-3 < x < 0$	$x = 0$	$0 < x < 3$	$x = 3$	$x > 3$
$y'$	-	0	+	נקודת	+	0	-
$y$	↘	min	↗	אי-הגדרה	↗	max	↘

$$y'(-4) = -1 + \frac{9}{16} < 0 \quad , \quad y'(-1) = -1 + \frac{9}{1} > 0$$

$$y'(1) = -1 + \frac{9}{1} > 0 \quad , \quad y'(4) = -1 + \frac{9}{16} < 0$$

כלומר:  $\min(-3, 6)$ ,  $\max(3, -6)$ .

(ג) מכיוון שבנקודה  $(3, -6)$  יש מקסימום, הרי שגרפים I, II, IV

לא מתאימים (אין בהם נקודת מקסימום ברביע הרביעי).

גרף III יכול לתאר את הפונקציה הנתונה ומתאים לה בנקודות הקיצון

ובתחומי העלייה והירידה (ותחום ההגדרה) שמצאנו.

(5) (א) נסמן ב-  $t$  את שיעור ה- $x$  של הנקודה  $A$ , ואז:  $y_A = t^2 + 5$ .

פונקציית המטרה:  $f(t) = S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AB\text{-לגובה}}{2}$

$$f(t) = \frac{(y_A - y_B)(x_C - x_A)}{2} = \frac{(t^2 + 5 - 0)(8 - t)}{2} = \frac{(t^2 + 5)(8 - t)}{2}$$

$$f(t) = \frac{8t^2 - t^3 + 40 - 5t}{2} \quad \text{כלומר:}$$

$$f'(t) = \frac{16t - 3t^2 - 5}{2}$$

$$f'(t) = 0 \Rightarrow -3t^2 + 16t - 5 = 0 \quad / \cdot (-1)$$

$$\Rightarrow 3t^2 - 16t + 5 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 4 \cdot 3 \cdot 5}}{2 \cdot 3} = \frac{16 \pm 14}{6} \Rightarrow t_1 = 5, t_2 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$f''(t) = \frac{16 - 6t}{2} = 8 - 3t$$

$$f''(5) = 8 - 3 \cdot 5 < 0 \Rightarrow \max$$

$$f''\left(\frac{1}{3}\right) = 8 - 3 \cdot \frac{1}{3} > 0 \Rightarrow \min$$

כלומר כדי ששטח משולש  $ABC$  יהיה מקסימלי,

צריך שיתקיים:  $t = 5$ , ואז  $A(5, 5^2 + 5)$ , כלומר  $A(5, 30)$ .

$$f_{\max} = f(5) = \frac{8 \cdot 5^2 - 5^3 + 40 - 5 \cdot 5}{2} \quad \text{(ב)}$$

$$= \frac{200 - 125 + 40 - 25}{2} = 45 \text{ יחידות שטח}$$

$$f(x) = x^2 + mx + 9 \quad (א) \quad (6)$$

$$\text{נתון: } f'(-1) = 3.$$

$$f'(x) = 2x + m$$

$$3 = 2 \cdot (-1) + m \Rightarrow m = 5$$

$$f(x) = x^2 + 5x + 9 \quad (ב)$$

$$f(-1) = (-1)^2 + 5 \cdot (-1) + 9 = 5$$

כלומר שיעורי נקודת ההשקה הם  $(-1, 5)$ .

משוואת המשיק בעל שיפוע  $m = 3$  העובר דרך  $(-1, 5)$ :

$$y - 5 = 3(x + 1) \Rightarrow y = 3x + 8$$

$$S = \int_{-1}^0 (x^2 + 5x + 9 - 3x - 8) dx = \int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 1) dx = \quad (ג)$$

$$= \left. \frac{x^3}{3} + x^2 + x \right|_{-1}^0 = 0 - \left[ \frac{(-1)^3}{3} + (-1)^2 + (-1) \right] =$$

$$= 0 - \left( \frac{-1}{3} + 1 - 1 \right) = \frac{1}{3} \text{ יחידת שטח}$$

**גבי יקואל**

**מ ש ב צ ת**

**[www.mishbetzet.co.il](http://www.mishbetzet.co.il)**

**טלפון: 04-8200929**

**ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה**

**לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות**