

## פתרון מבחן מס' 6 (ספר לימוד – שאלון 035803)

09-05-2017

(1) (א) (i) שיעור ה- $y$  של הקדקוד B הוא 0.

$$0 = -\frac{x}{6} + \frac{4}{3} \quad \text{נציב } y=0 \text{ במשוואת הישר BC} :$$

$$\frac{x}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow x = 8 \Rightarrow B(8,0)$$

(ii) נמצא את שיעורי הנקודה C (הנמצאת על הישר BC

וגם על ציר ה- $y$ ):

$$x=0 \Rightarrow y = -\frac{1}{6} \cdot 0 + \frac{4}{3} \Rightarrow C\left(0, \frac{4}{3}\right)$$

$$m_{BC} = \frac{\frac{4}{3} - 0}{0 - 8} = -\frac{1}{6}$$

. כלומר  $m_{AB} = 6$ , לכן  $m_{AB} \cdot m_{BC} = -1$ ,  $AB \perp BC$ משוואת AB העובר דרך  $B(8,0)$  ושיפועו  $m = 6$ :

$$y - 0 = 6(x - 8) \Rightarrow y = 6x - 48$$

$$y_D = 0 \Rightarrow 0 = \frac{2}{3}x_D + \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}x_D = -\frac{4}{3} \quad (i) \quad (b)$$

כלומר  $x_D = -2$ , ואז:

$$BD = x_B - x_D = 8 + 2 = 10 \text{ יחידות אורך}$$

$$S_{\triangle ADB} = \frac{BD \cdot \text{הגובה ל-} BD}{2} = \frac{10 \cdot y_A}{2} = 5y_A \quad (ii)$$

למציאת שיעורי הנקודה A נפתור את מערכת המשוואות:

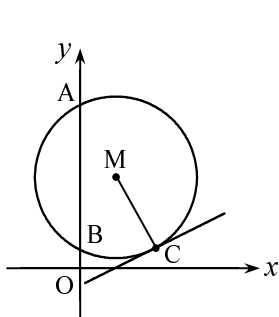
$$\begin{cases} y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \\ y = 6x - 48 \end{cases} \Rightarrow 6x - 48 = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \quad / \cdot 3$$

$$18x - 144 = 2x + 4$$

$$16x = 148$$

$$x = 9.25 \Rightarrow y = 6 \cdot 9.25 - 48 = 7.5$$

$$S_{\triangle ADB} = 5 \cdot 7.5 = 37.5 \text{ יחידות שטח} \quad \text{כלומר:}$$



$$(x-2)^2 + (y-5)^2 = 20 \quad (א) \quad (2)$$

$$x_A = x_B = 0 \Rightarrow 4 + (y-5)^2 = 20$$

$$(y-5)^2 = 16$$

$$y-5 = 4 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow A(0,9)$$

$$y-5 = -4 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow B(0,1)$$

(ב) דרך I :

נמצא נקודה משותפת למעגל ולמשיק. נציב  $\frac{1}{2}x - 1$  במקום  $y$

$$(x-2)^2 + \left(\frac{1}{2}x - 1 - 5\right)^2 = 20 \quad \text{במשוואת המעגל ונקבל:}$$

$$x^2 - 4x + 4 + \frac{1}{4}x^2 - 6x + 36 = 20$$

$$1\frac{1}{4}x^2 - 10x + 20 = 0 \quad /:1\frac{1}{4}$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x-4)^2 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$\text{ואז: } y = \frac{1}{2} \cdot 4 - 1 = 1, \text{ כלומר } C(4,1)$$

דרך II :

נסמן ב-M את מרכז המעגל.

רדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה, לכן:

$$m_{MC} \cdot m_{\text{משיק}} = -1 \Rightarrow m_{MC} = -2$$

משוואת הרדיוס MC כאשר  $M(2,5)$ ,  $m_{MC} = -2$ :

$$y - 5 = -2(x - 2) \Rightarrow y = -2x + 9$$

למצוא שיעורי הנקודה C, נפתור מערכת משוואות:

$$\begin{cases} y = -2x + 9 \\ y = \frac{1}{2}x - 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}x - 1 = -2x + 9$$

$$2\frac{1}{2}x = 10 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 4 - 1 = 1 \Rightarrow C(4,1)$$

$$C(4,1) \Rightarrow y = \text{קבוע} \Rightarrow y = 1 \quad (ג)$$

(3) נסמן ב-  $x$  את מספר המחברות שרכש בית-הספר, ואז:

המחיר של כל מחברת הוא:  $\frac{280}{x}$  ש"ח,

המחיר החדש של כל מחברת הוא:  $\left(\frac{280}{x} - 0.7\right)$  ש"ח,

המספר החדש של המחברות שרכש בית-הספר הוא:  $x + 20$ .

על סמך הנתון בשאלה, נרכיב את המשוואה:  $\left(\frac{280}{x} - 0.7\right) \cdot (x + 20) = 280$

$$280 + \frac{5,600}{x} - 0.7x - 14 = 280 \quad / \cdot 10x$$

$$-7x^2 - 140x + 56,000 = 0 \quad / :(-7)$$

$$x^2 + 20x - 8,000 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-20 \pm \sqrt{400 + 32,000}}{2} = \frac{-20 \pm 180}{2}$$

$$x_1 = 80, \quad x_2 = -100$$

מספר המחברות לא יכול להיות שלילי, לכן בית-הספר רכש 80 מחברות,

ועבור כל מחברת שילם 3.5 ש"ח  $= \frac{280}{80}$ .

(4) (א) נתון:  $BC = b, AC = 9$

$$PC = x \Rightarrow P = 9 - x$$

$$f(x) = AP^2 + BP^2 + CP^2 = (9 - x)^2 + \underbrace{(b^2 + x^2)}_{\substack{\text{לפי משפט פיתגורס} \\ \Delta BPC}}$$

$$f(x) = 81 - 18x + x^2 + b^2 + x^2 + x^2 \quad \text{כלומר:}$$

$$f(x) = 3x^2 - 18x + 81 + b^2$$

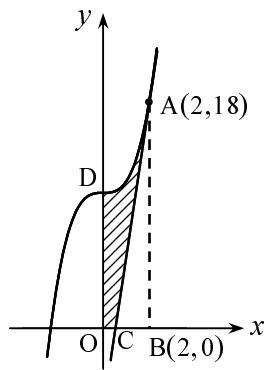
$$f'(x) = 6x - 18 \quad \text{(ב)}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 6x - 18 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$f''(x) = 6 > 0 \Rightarrow \min$$

תשובה: עבור  $x = 3$  סכום ריבועי המרחקים של נקודה P מקדוקודי

המשולש יהיה מינימלי.



$$f(x) = x^3 + 10 \quad (\text{א}) \quad (5)$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = 2^3 + 10 = 18$$

A(2,18) : נקודת השקה:

$$f'(x) = 3x^2$$

$$f'(2) = 3 \cdot 2^2 = 12$$

$y - 18 = 12(x - 2)$  : משוואת המשיק:

$$y - 18 = 12x - 24 \Rightarrow y = 12x - 6$$

(ב) נוריד מנקודה A אנך לציר ה-x. B(2,0) ←

את השטח המבוקש נמצא כהפרש בין  $S_{ODAB}$ , השטח מתחת לפרבולה

בגבולות מאפס ועד 2, לבין שטח  $\Delta ABC$ .

C היא נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-x.

$$y = 0 \Rightarrow 0 = 12x - 6 \Rightarrow 12x = 6 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow C\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AB}{2} = \frac{\left(2 - \frac{1}{2}\right) \cdot 18}{2} = 13\frac{1}{2} \text{ יחידות שטח}$$

$$S_{ODAB} = \int_0^2 (x^3 + 10) dx = \left. \frac{x^4}{4} + 10x \right|_0^2 = \frac{2^4}{4} + 10 \cdot 2 - 0 =$$

$$= 24 \text{ יחידות שטח}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = 24 - 13\frac{1}{2} = 10\frac{1}{2} \text{ יחידות שטח}$$

$$y = x^3 + 1, A(1,2) \quad (\text{א}) \quad (6)$$

$$y' = 3x^2$$

$$y'(1) = 3 \cdot 1^2 = 3$$

$y - 2 = 3(x - 1)$  : משוואת המשיק:

$$y = 3x - 1$$

(ב) שיעור ה-y של נקודה על המשיק שבה  $x = -2$  :

$$y = 3 \cdot (-2) - 1 = -7$$

שיעור ה-y של נקודה על גרף הפונקציה שבה  $x = -2$  :

$$y = (-2)^3 + 1 = -8 + 1 = -7$$

הנקודה ששיעוריה  $(-2, -7)$  נמצאת גם על המשיק וגם על גרף הפונקציה

לכן המשיק חותך את גרף הפונקציה בנקודה  $(-2, -7)$  (השונה מנקודת

ההשקה  $(1, 2)$ ).

**גבי יקואל**

**מ ש ב צ ת**

**[www.mishbetzet.co.il](http://www.mishbetzet.co.il)**

**טלפון: 04-8200929**

**ספרי לימוד וספרי מבחני מתכונת במתמטיקה**

**לכל הכיתות ✦ לכל השאלונים ✦ לכל הרמות**